

Aula 13

*TJ-SP (Escrevente Judiciário) Raciocínio
Lógico e Matemática - 2024 (Pós-Edital)*

Autor:
**Equipe Exatas Estratégia
Concursos**

30 de Maio de 2024



Índice

1) Conceito e Formas de Representação	3
2) Cálculo da Porcentagem de um Número	5
3) Transformação de uma Fração Ordinária em Taxa Percentual	16
4) Aumentos e Descontos Percentuais	22
5) Variação Percentual	30
6) Variação Acumulada	40
7) Questões Comentadas - Cálculo da Porcentagem de um Número - Vunesp	44
8) Questões Comentadas - Transformação de uma Fração Ordinária em Taxa Percentual - Vunesp	63
9) Questões Comentadas - Aumentos e Descontos Percentuais - Vunesp	66
10) Questões Comentadas - Variação Percentual - Vunesp	73
11) Questões Comentadas - Variação Acumulada - Vunesp	81
12) Lista de Questões - Cálculo da Porcentagem de um Número - Vunesp	85
13) Lista de Questões - Transformação de uma Fração Ordinária em Taxa Percentual - Vunesp	92
14) Lista de Questões - Aumentos e Descontos Percentuais - Vunesp	94
15) Lista de Questões - Variação Percentual - Vunesp	98
16) Lista de Questões - Variação Acumulada - Vunesp	101



CONCEITO

O termo "porcento" é derivado do latim *per centum*, que significa "por cem" ou "às centenas". Porcentagem, então, representa uma razão em que o denominador é igual a cem (100).



Porcentagem representa **uma razão** em que o denominador é **igual a 100**

Então, $k\%$ será igual a:

$$k\% = \frac{k}{100}$$

Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 1:

$$15\% = \frac{15}{100} = 0,15$$

Exemplo 2:

$$36,3\% = \frac{36,3}{100} = 0,363$$

Exemplo 3:

$$100\% = \frac{100}{100} = 1$$

Exemplo 4:

$$235\% = \frac{235}{100} = 2,35$$

Veja que **nada impede que uma porcentagem tenha um resultado numérico maior que 1.**



Observe, nos exemplos acima, que podemos representar a Porcentagem em 3 tipologias diferentes. Veremos abaixo cada uma delas.

FORMAS DE REPRESENTAÇÃO

Iremos tomar como base o primeiro exemplo (15%) e analisar as formas em que podemos representá-lo.

Forma Percentual

É apresentada com o **símbolo** representativo da operação (%).

15%

Forma Fracionária

Nesta forma, iremos apresentar a porcentagem através de uma **fração com denominador 100**.

$$\frac{15}{100}$$

Forma Unitária

Representada por **números decimais**.

0,15

Perceba que a forma unitária nada mais é que o **resultado matemático da divisão da forma fracionária**. 15 divididos por 100, na forma unitária, é igual a 0,15.

Então, para passar da forma fracionária para a forma unitária, dividimos por 100, ou, em uma linguagem decimal, "andamos" duas casas para a esquerda.



CÁLCULO DA PORCENTAGEM DE UM NÚMERO

Para calcular a **Porcentagem de um valor**, multiplicamos a razão centesimal correspondente à Porcentagem por este valor. Vejamos alguns exemplos:



EXEMPLIFICANDO

Exemplo 1: 15% de 600.

$$\frac{15}{100} \times 600 = \frac{9.000}{100} = 90$$

Uma palavra muito importante que deve ser observada quando se resolve problemas envolvendo Porcentagem é a preposição "**de**". Isso porque, via de regra, esse termo nos indica uma **multiplicação**.



FIQUE ATENTO!

"de" → multiplicação

Então, 15% de 600, como vimos acima, é igual a fração 15/100 vezes 600.

Poderíamos resolver também, multiplicando diretamente a Porcentagem na forma unitária vezes o número.

$$0,15 \times 600 = 90$$



TOME NOTA!

Esta forma de resolução é mais utilizada na **Matemática Financeira**, pois nesta, a Taxa de Juros é inserida nas fórmulas na forma unitária. Todavia, em nada muda o resultado, uma vez que, como vimos, a forma unitária nada mais é que o resultado matemático da divisão da forma fracionária. 15 divididos por 100, na forma unitária, é igual a 0,15.



Exemplo 2: 18,5% de 300

$$\frac{18,5}{100} \times 300 = 55,5$$

Observe que simplificamos a fração e aceleramos os cálculos, assim como você fará na sua prova.

Exemplo 3: 252% de 75

$$\frac{252}{100} \times 75 = \frac{252 \times 3}{4} = \frac{756}{4} = 189$$

Vejamos algumas **questões de concursos** para praticarmos o cálculo da Porcentagem de um número.

Antes de iniciarmos as questões, esclareceremos um ponto.



Difícilmente, uma questão será direta perguntando o valor de uma porcentagem. A maioria das questões vai trazer o conceito de porcentagem dentro da solução dos problemas.

Vamos, nas questões abaixo, resolver algumas questões que trazem **não só o uso da porcentagem, mas também uma ideia por trás da resolução**. As questões irão aumentar de nível uma a uma e vamos comentar o passo a passo de cada para que você possa entender perfeitamente a mecânica de resolução.



(Pref. Novo Hamburgo - 2020 - Adaptada) É correto afirmar que:

- a) 0,89% de 400 é igual a 356.
- b) 1.700% de 18 é igual a 30.600.
- c) 0,018 é igual a 12% de 0,15.
- d) 95 é igual a 17% de 500.



Comentários:

Vamos resolver item a item. Questão bem interessante para gente treinar bem o conceito de porcentagem.

a) *0,89% de 400 é igual a 356.*

Observe que, apesar de estar com vírgulas (casas decimais), o valor nos é fornecido na forma percentual.

Então, o valor da letra a será igual a:

$$a = 0,89\% \times 400$$

$$a = \frac{0,89}{100} \times 400$$

$$a = 0,89 \times 4 \rightarrow \boxed{a = 3,56}$$

Nesse ponto que deve residir nossa atenção. Vejamos o resultado que ocorreria caso inseríssemos na fórmula a representação percentual.

$$a = 0,89 \times 400 \rightarrow \cancel{a = 356}$$

E assim, marcaríamos a letra a como gabarito, pois o resultado teria batido. Mas isto está **ERRADO**.

Friso, mais uma vez, que quando trabalhamos com porcentagem e/ou taxa, inserimos estes valores na forma fracionária (ou na forma unitária).

ITEM ERRADO

b) *1.700% de 18 é igual a 30.600.*

$$b = 1.700\% \times 18$$

$$b = 17 \times 18 \rightarrow \boxed{b = 306}$$

Observe que esta passagem (da linha 1 para a linha 2) é feita automaticamente pela sua cabeça. Na hora da prova, você não vai nem escrever a primeira linha. Sua cabeça vai pensar no modo automático que 1.700% é igual a 17 e vai inserir diretamente este valor na fórmula. Foi muito rápido? Vejamos o passo a passo.

$$b = 1.700\% \times 18$$

$$b = \frac{1.700}{100} \times 18$$



$$b = 17 \times 18 \rightarrow \boxed{b = 306}$$

ITEM ERRADO

c) 0,018 é igual a 12% de 0,15.

$$c = 12\% \times 0,15$$

$$c = \frac{12}{100} \times \frac{15}{100}$$

$$c = \frac{180}{10.000} \rightarrow \boxed{c = 0,018}$$

ITEM CERTO

d) 95 é igual a 17% de 500.

$$d = \frac{17}{100} \times 500 \rightarrow \boxed{d = 85}$$

ITEM ERRADO

Gabarito: Alternativa C

(Pref. de Porto de Moz / 2019) O Banco Popular paga uma taxa de juros de 0,38% ao mês para depósitos nas suas cadernetas de poupança. Marcelo tem uma caderneta de poupança no Banco Popular com um saldo R\$ 1.000,00 reais. Qual o valor de juros que foi creditado na sua conta de poupança no final de um mês?

- a) R\$ 38,00
- b) R\$ 380,00
- c) R\$ 0,38
- d) R\$ 3,80
- e) R\$ 4,20

Comentários:

Ao final de um mês será creditado 0,38% de 1.000 reais.



Perceba que, apesar de estar com vírgulas (casas decimais), o valor nos é fornecido na forma percentual. A banca forneceu uma porcentagem com casas decimais justamente para tentar confundir o candidato.

Então, será creditado o valor igual a:

$$\text{creditado} = \frac{0,38}{100} \times 1.000$$
$$\text{creditado} = 0,38 \times 10 \rightarrow \text{creditado} = 3,8$$

Gabarito: Alternativa D

(Pref. Curuá / 2020) A mensalidade de um curso de idiomas custa R\$ 250,00. Contudo, caso haja atraso no pagamento, é cobrada uma multa de 2% sobre o valor da mensalidade, acrescida de juros no valor de 0,5% do valor da mensalidade, por dia de atraso. Se uma pessoa fizer o pagamento com dez dias de atraso, deverá pagar o valor de

- a) R\$ 251,00
- b) R\$ 255,00
- c) R\$ 262,50
- d) R\$ 267,50

Comentários:

Se uma pessoa fizer o pagamento com dez dias de atraso, ela pagará a mensalidade mais a multa mais os Juros.

$$\text{pgto} = \text{mensalidade} + \text{multa} + \text{juros}$$

- **Multa**

É cobrada uma multa de **2% sobre o valor da mensalidade** de R\$ 250.

$$\text{multa} = \frac{2}{100} \times 250$$
$$\text{multa} = \frac{50}{100} \rightarrow \text{multa} = 5$$

- **Juros**

Juros no valor de **0,5% do valor da mensalidade, por dia de atraso (10 dias)**.

$$\text{Juros} = \frac{0,5}{100} \times 10 \times 250$$



$$Juros = 0,5 \times 25 \rightarrow \boxed{Juros = 12,5}$$

Logo, o pagamento será igual a:

$$pgto = mensalidade + multa + juros$$

$$pgto = 250 + 5 + 12,5 \rightarrow \boxed{pgto = 267,5}$$

Gabarito: Alternativa D

(Pref. Nova Itaberaba - 2021) Em certo evento, havia um público de 1.600 pessoas. Sabendo-se que 40% são homens e que 35% das mulheres presentes são casadas, ao todo, quantas mulheres casadas estão presentes nesse evento?

- a) 416
- b) 336
- c) 284
- d) 224
- e) 358

Comentários:

Em certo evento, havia um público de 1.600 pessoas. Sabe-se que **40% são homens**. Ou seja, **60% do público de 1.600 pessoas são mulheres**.

Sendo assim, o quantitativo de mulheres é igual a:

$$m = \frac{60}{100} \times 1.600 \rightarrow \boxed{m = 960}$$

35% das mulheres presentes são casadas.



Observe que o enunciado nos informa que **35% das mulheres são casadas** e não 35% do total. Atenção máxima ao comando da questão.

Calculamos que havia 960 mulheres presentes. Logo, o número de mulheres casadas ($m_{casadas}$) é igual a:

$$m_{casadas} = \frac{35}{100} \times m$$



$$m_{casadas} = \frac{35}{100} \times 960$$
$$m_{casadas} = \frac{3.360}{10} \rightarrow m_{casadas} = 336$$

Gabarito: Alternativa B

(CRECI RN - 2021) Uma mulher adquiriu um imóvel comercial por 400 mil reais, gastou 160 mil reais com reforma do prédio e o vendeu por 750 mil. Depois da venda, ela deverá calcular seu lucro deduzindo, do preço da venda, o preço de aquisição, o valor da reforma e a corretagem de 5% sobre o valor da venda.

Supondo que ela deve pagar 15% de imposto de renda sobre o lucro obtido na venda do imóvel, o valor do imposto devido é superior a R\$ 22,5 mil.

Comentários:

O lucro da operação, segundo o enunciado, será igual ao **preço da venda** deduzidos: o preço de aquisição, o valor da reforma e a corretagem de 5% sobre o valor da venda.

$$lucro = \$_{venda} - \$_{aquisição} - \$_{reforma} - corretagem$$

A mulher adquiriu um imóvel por 400 mil reais ($\$_{aquisição}$), gastou 160 mil reais com reforma ($\$_{reforma}$) do prédio e o vendeu por 750 mil ($\$_{venda}$). Já a corretagem é igual a 5% sobre o valor da venda. Vamos substituir os valores na fórmula acima e calcular o lucro.

$$lucro = \$_{venda} - \$_{aquisição} - \$_{reforma} - corretagem$$

$$lucro = 750 - 400 - 160 - \frac{5}{100} \times 750$$
$$lucro = 750 - 400 - 160 - 37,5 \rightarrow lucro = 152,5 \text{ mil}$$

A vendedora deve pagar **15% de imposto de renda IR sobre o lucro obtido** na venda do imóvel. Logo,

$$IR = \frac{15}{100} \times 152,5 \rightarrow IR = 22,875 \text{ mil}$$

Ou seja, o valor do imposto devido é **SUPERIOR** a R\$ 22,5 mil.

Gabarito: CERTO



(TJ SP - 2019) Após as filmagens, o tempo de duração de um filme era de 2 horas e 50 minutos. Os produtores queriam diminuir esse tempo em 20%, e o diretor achava que precisava aumentar esse tempo em 10%. A diferença de tempo da duração total do filme entre essas duas pretensões é de

- a) 30 minutos
- b) 58 minutos
- c) 45 minutos
- d) 63 minutos
- e) 51 minutos

Comentários:

Observe que todas as alternativas estão com a dimensão do tempo em "minutos". Então, o primeiro passo vai ser converter o tempo de horas e minutos para apenas minutos.

$$t = 2 \text{ horas e } 50 \text{ minutos}$$

Em 1h há 60 minutos. Logo, o tempo em minutos será igual a:

$$t = 2 \times 60 + 50$$

$$t = 120 + 50 \rightarrow t = 170 \text{ minutos}$$

Os produtores queriam diminuir esse tempo em 20%.

$$t_{\text{produtores}} = 170 - \frac{20}{100} \times 170$$

$$t_{\text{produtores}} = 170 - 34 \rightarrow t_{\text{produtores}} = 136 \text{ minutos}$$

O diretor achava que precisava aumentar esse tempo em 10%.

$$t_{\text{diretor}} = 170 + \frac{10}{100} \times 170$$

$$t_{\text{diretor}} = 170 + 17 \rightarrow t_{\text{diretor}} = 187 \text{ minutos}$$

Logo, a diferença de tempo da duração total do filme entre essas duas pretensões é de:

$$d = t_{\text{diretor}} - t_{\text{produtores}}$$

$$d = 187 - 136 \rightarrow d = 51 \text{ minutos}$$

Observe que poderíamos fazer direto esta diferença. Perceba que os produtores queriam diminuir o tempo em 20% e o diretor aumentar em 10%. Logo, a diferença seria de 30%, correto?

Sendo assim, a diferença calculada diretamente seria:

$$d = 30\% \text{ de } t$$



$$d = \frac{30}{100} \times t$$

$$d = \frac{30}{100} \times 170 \rightarrow d = 51 \text{ minutos}$$

Gabarito: Alternativa E

(PGE PE - 2019) No item seguinte apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, porcentagens e descontos.

Pedro aplicou 25% de suas reservas em um investimento financeiro e ainda sobraram R\$ 3.240. Nessa situação, antes da aplicação, as reservas de Pedro somavam R\$ 4.320.

Comentários:

Não sabemos qual o valor das reservas de Pedro. Vamos chamar este valor de x .

Pedro aplicou 25% de suas reservas (x) em um investimento e ainda sobraram R\$ 3.240. Matematicamente temos a seguinte equação:

$$x - \frac{25}{100} \times x = 3.240$$

Ou seja, **Pedro tinha uma reserva de x , aplicou 25% de x , ou seja, subtraiu-se 25%, e ficou com 3.240.** Vamos resolver a equação e calcular o valor de x .

$$x - \frac{x}{4} = 3.240$$

Multiplicando toda a equação por 4:

$$x - \frac{x}{4} = 3.240 \quad (\times 4)$$

$$4x - x = 12.960$$

$$3x = 12.960$$

$$x = \frac{12.960}{3} \rightarrow x = 4.320$$

Ou seja, nessa situação, antes da aplicação, as reservas de Pedro somavam R\$ 4.320.

Gabarito: **CERTO**



(PGE PE - 2019) No item seguinte apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, porcentagens e descontos.

O casal Rafael e Joana investe R\$ 2.000 todos os meses. Joana investe 50% a mais que Rafael e o valor investido por cada um corresponde a 25% dos seus respectivos salários líquidos. Nessa situação, o salário líquido de Rafael é de R\$ 3.200.

Comentários:

O casal Rafael e Joana investe R\$ 2.000 todos os meses e Joana investe 50% a mais que Rafael. Não sabemos quanto cada um investe, certo?

Vamos chamar o valor que Rafael investe de r e a quantia que Joana investe de j .

Joana investe 50% a mais que Rafael. Logo, Joana investe a quantia igual a:

$$j = r + \frac{50}{100} \times r$$
$$j = r + 0,5r \rightarrow \boxed{j = 1,5r}$$

Rafael e Joana investem R\$ 2.000. Então,

$$r + j = 2.000$$

Calculamos acima, o valor de j em função de r . Vamos substituir nesta equação e encontrar o valor investido por Rafael.

$$r + j = 2.000$$
$$r + 1,5r = 2.000$$
$$2,5r = 2.000$$
$$r = \frac{2.000}{2,5} \rightarrow \boxed{r = 800}$$

Então, Rafael investe o valor de R\$ 800. O enunciado nos informa que cada um investe o valor correspondente a 25% do respectivo salário.

Sendo assim, **25% do salário de Rafael (o que foi investido) será igual a R\$ 800.**

$$\frac{25}{100} \times S_r = 800$$

$$\frac{1}{4} \times S_r = 800$$



$$S_r = 800 \times 4 \rightarrow S_r = 3.200$$

Você pode também começar a **questão de trás para frente**, isto é, partindo do salário líquido fornecido pelo enunciado e constatar se a soma dos investimentos será igual a R\$2.000.

Supondo que o salário de Rafael seja igual a R\$ 3.200. Ele investe 25% deste valor.

$$r = \frac{25}{100} \times 3.200 \rightarrow r = 800$$

Joana investe 50% a mais que Rafael.

$$j = r + \frac{50}{100} \times r$$

$$j = 800 + \frac{50}{100} \times 800$$

$$j = 800 + 400 \rightarrow j = 1.200$$

Logo, os 2 juntos investem um total de:

$$total = r + j$$

$$total = 800 + 1.200 \rightarrow total = 2.000$$

Logo, constatamos que a soma dos investimentos é igual ao valor fornecido no enunciado.

Gabarito: **CERTO**



TRANSFORMAÇÃO DE UMA FRAÇÃO ORDINÁRIA EM TAXA PERCENTUAL

Para transformar uma fração em uma Taxa Percentual, **multiplicamos esta fração por 100** e assim, encontramos o resultado na **forma percentual**.

Exemplo 1: $\frac{4}{5}$ em termos percentuais será igual a:

$$\frac{4}{5}$$

Multiplicando a fração por 100.

$$\frac{4}{5} \times 100 = \frac{400}{5} = 80$$

Ou seja,

$$\frac{4}{5} = 80\%$$

Poderíamos também, chegar nesta mesma resposta, efetuando a divisão da fração e obtendo o resultado na forma decimal.

$$\frac{4}{5} = 0,8 = 80\%$$

Porém, acredito que é mais simples multiplicar a fração por 100 (de qualquer forma também multiplicamos por 100 acima).



Observe que, quando **multiplicamos a fração por 100**, o resultado será diretamente na **forma percentual**.

Exemplo 2: $\frac{7}{8}$ em termos percentuais será igual a:

$$\frac{7}{8} \times 100 = \frac{700}{8} = 87,5$$



Ou seja,

$$\frac{7}{8} = 87,5\%$$

Exemplo 3: 15/12 em termos percentuais será igual a:

$$\frac{15}{12} \times 100 = \frac{1.500}{12} = 125$$

Ou seja,

$$\frac{15}{12} = 125\%$$



(Pref. Cerquilho SP - 2019) Eliana fez uma avaliação física na academia, na qual foi apontado que seu peso atual é de 64 quilogramas. Sabendo-se que 16 quilogramas desse peso é gordura, a porcentagem de gordura de Eliana é de

- a) 20%
- b) 24%
- c) 25%
- d) 28%
- e) 30%

Comentários:

A porcentagem será igual ao valor do peso em gordura dividido pelo total do peso, isto é, a parte dividido pelo todo.

$$\frac{16}{64}$$

Antes de multiplicarmos por 100, podemos simplificar a fração. 64 é múltiplo de 16. Simplificando a fração (dividindo o numerador e o denominador por 16) teremos:



$$\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$$

Multiplicando por 100 e calculando a porcentagem:

$$\frac{1}{4} \times 100 = \frac{100}{4} = 25$$

Ou seja,

$$\frac{16}{64} = 25\%$$

Gabarito: Alternativa C

(Pref. Cerquilha SP - 2019) Em um colégio, estudam 400 alunos, dos quais 60% estudam no período da manhã, e os demais, no período da tarde. Sabendo que 10% dos alunos do período da manhã e 5% dos alunos do período da tarde inscreveram-se em um torneio de xadrez, então, em relação ao número total de alunos desse colégio, aqueles que se inscreveram no torneio de xadrez representam

- a) 15%
- b) 12%
- c) 8%
- d) 5%
- e) 3%

Comentários:

Vamos por partes.

"Em um colégio, estudam 400 alunos, dos quais 60% estudam no período da manhã..."

Logo, o número de alunos m que estudam no período da manhã é igual a:

$$m = \frac{60}{100} \times 400 \rightarrow m = 240$$

"... e os demais, no período da tarde."

Do total dos 400 alunos, 240 estudam pela manhã e o restante de alunos estudam pela tarde.

Sendo assim, o número de alunos t que estudam no período da tarde será igual a:

$$t = 400 - 240 \rightarrow t = 160$$



"Sabendo que 10% dos alunos do período da manhã e 5% dos alunos do período da tarde inscreveram-se em um torneio de xadrez"

Vamos calcular o número de alunos do período da manhã que jogam xadrez.



Observe que são **10% dos alunos da manhã jogam xadrez** e não 10% do total. Sendo assim, do período da manhã, o total de alunos m_x que jogam xadrez será:

$$m_x = \frac{10}{100} \times 240 \rightarrow \boxed{m_x = 24}$$

E 5% dos alunos da tarde também jogam xadrez (t_x).

$$t_x = \frac{5}{100} \times 160$$

$$t_x = \frac{80}{10} \rightarrow \boxed{t_x = 8}$$

Logo, o número total de alunos x que jogam xadrez será igual ao somatório dos alunos da manhã que jogam xadrez mais o número de alunos da tarde que também jogam xadrez.

$$x = m_x + t_x$$

$$x = 24 + 8 \rightarrow \boxed{x = 32}$$

Ou seja, 32 alunos do colégio jogam xadrez.

"...então, em relação ao número total de alunos desse colégio, aqueles que se inscreveram no torneio de xadrez representam":

$$\frac{\text{xadrez}}{\text{total}} = \frac{32}{400}$$

Multiplicando a fração por 100 e calculando na **forma percentual** teremos:

$$\frac{32}{400} \times 100 = \frac{3.200}{400} = 8$$

Ou seja,



$$\frac{32}{400} = 8\%$$

Vamos resolver, agora, de uma maneira mais "avançada".

A banca nos questiona o valor da porcentagem dos alunos que jogam xadrez pelo total de alunos.

$$\frac{xadrez}{total}$$

Perceba que 10% dos 60% da manhã jogam xadrez e 5% dos 40% (100%-60%) da tarde também jogam. Logo:

$$\frac{xadrez}{total} = \frac{0,1 \times 0,6 + 0,05 \times 0,4}{1}$$

Interpretando a equação acima.

10% dos 60% da manhã mais os 5% dos 40% da tarde jogam xadrez. E o total dos alunos equivale a 100% (1).

Calculando a porcentagem teremos:

$$\frac{xadrez}{total} = \frac{0,1 \times 0,6 + 0,05 \times 0,4}{1} = \frac{0,06 + 0,02}{1} = 0,08$$
$$0,08 = 8\%$$

Gabarito: Alternativa C

(Pref. Campinas - 2019) Carlos tem três filhos, André, Mara e Joana, e seus gastos mensais com cada um deles são: um quinto de seu salário com André, dois sétimos com Mara, e três onze avos com Joana. Então, o total de gastos mensais de Carlos com seus três filhos corresponde, de seu salário, em termos percentuais, a aproximadamente

- a) 73%
- b) 70%
- c) 67%
- d) 76%
- e) 79%

Comentários:

O total de gastos mensais de Carlos com seus três filhos é igual a soma dos gastos com cada um dos filhos. Sendo assim, o total de gastos é igual a:



$$gastos = André + Mara + Joana$$

$$gastos = \frac{1}{5} + \frac{2}{7} + \frac{3}{11}$$

Para calcular os gastos totais, poderíamos tirar o MMC desta soma e calcular uma fração única.

Porém, para treinarmos o assunto da aula, vamos calcular a forma percentual de cada fração e, posteriormente, somar as porcentagens.

$$\frac{1}{5} \times 100 = \frac{100}{5} = 20$$

$$\frac{2}{7} \times 100 = \frac{200}{7} \cong 28,57$$

$$\frac{3}{11} \times 100 = \frac{300}{11} \cong 27,57$$

Lembrando que os resultados estão na forma percentual. Logo, o total percentual gasto por Carlos com seus filhos é igual a:

$$gastos = 20\% + 28,57\% + 27,57\% \rightarrow \textbf{gastos} \cong \textbf{76,14\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**



AUMENTOS E DESCONTOS PERCENTUAIS



Imagine que uma mercadoria de valor R\$ 1.000,00 sofreu dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9%, e depois um desconto de 17%.

Qual o valor final dessa mercadoria?

"Ah Professor. Ela sofreu um aumento de 8% e depois um de 9%, ou seja, ela sofreu um aumento total de 17% e depois um desconto de 17%. Então, o preço não se alterou".

Cuidado, caro Aluno. Este pensamento está **ERRADO**.

Iremos estudar abaixo as operações de **aumentos e descontos percentuais** e, posteriormente, voltaremos a este exemplo e calcularemos o valor final da mercadoria.

4.1. Aumento Percentual

Vejamos, com base no exemplo acima, o primeiro aumento do valor da mercadoria. Esta custava R\$ 1.000,00 e sofreu um aumento de 8%. Logo, seu valor será igual a:

$$v = 1.000 + \frac{8}{100} \times 1.000$$

Observe que o novo valor será igual ao valor inicial mais 8% deste valor inicial.

$$v = 1.000 + \frac{8}{100} \times 1.000$$

$$v = 1.000 + 80 \rightarrow v = \mathbf{1.080}$$

Ou seja, a mercadoria depois de um aumento de 8%, passou a custar R\$ 1.080,00.

Vamos voltar a equação inicial e observar algo interessante. Vimos que o valor v após o aumento será calculado pela seguinte fórmula:

$$v = 1.000 + i \times 1.000$$

Onde,



$i = \text{taxa de aumento}$

Vamos colocar o valor inicial da mercadoria em evidência.

$$v = 1.000 + i \times 1.000 \rightarrow v = 1.000 \times (1 + i)$$

Ou seja, quando desejamos calcular o valor após um aumento percentual, **multiplicamos este valor por $(1 + i)$** .



Aumento Percentual : $\times (1 + i)$

Então, calculando o valor da mercadoria após um aumento de 8% teremos:

$$v = 1.000 \times (1 + i)$$

$$v = 1.000 \times (1 + 0,08)$$

$$v = 1.000 \times 1,08 \rightarrow \boxed{v = 1.080}$$

Iremos calcular agora, o valor da mercadoria após o segundo aumento. A mercadoria de valor inicial R\$ 1.000 sofre um aumento de 8% passando a custar R\$ 1.080 e agora, em cima desses R\$ 1.080, haverá um aumento de 7%.

Perceba que este segundo aumento incidirá sobre o valor de R\$ 1.080 e não sobre o valor de R\$ 1.000. Esta é a explicação de **não podemos calcular dois aumentos sucessivos somando um a um**. Devemos calcular o primeiro e o segundo (que incidirá sobre o valor calculado após o primeiro aumento).

Então, o valor após o aumento de 9% será:

$$v = 1.080 + \frac{9}{100} \times 1.080$$

$$v = 1.080 + 97,2 \rightarrow \boxed{v = 1.177,20}$$

Poderíamos calcular também pela multiplicação por $(1 + i)$, conforme vimos acima.

$$v = 1.080 \times (1 + 0,09)$$



$$v = 1.080 \times 1,09 \rightarrow \boxed{v = 1.177,20}$$

Perceba que, após dois aumentos sucessivos (o primeiro de 8% e o segundo de 9%) o valor da mercadoria será de R\$ 1.177,20.

Se fôssemos calcular apenas somando um aumento com o outro ($8\% + 9\% = 17\%$) o valor final seria R\$ 1.170,00 e a conta estaria **errada**.



Na hora da prova, vamos agilizar estes cálculos. Observe.

Uma mercadoria de valor R\$ 1.000,00 sofreu dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9% resultando em um valor igual a:

$$v = 1.000 \times (1 + 0,08) \times (1 + 0,09)$$

Estudamos acima que, para facilitar as contas, **multiplicamos o valor inicial pelo fator $(1 + i)$ quando se tratar de aumento percentual**. Então, podemos expandir a fórmula para quando temos aumentos sucessivos.

Ou seja, para calcular o valor final após os dois aumentos, multiplicamos o valor inicial diretamente por $(1 + i_1)$ e $(1 + i_2)$.

$$v = 1.000 \times (1 + i_1) \times (1 + i_2)$$

$$v = 1.000 \times (1 + 0,08) \times (1 + 0,09)$$

$$v = 1.000 \times 1,08 \times 1,09 \rightarrow \boxed{v = 1.177,20}$$



Aumentos Percentuais Sucessivos : $\times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 + i_3) \times \dots \times (1 + i_n)$



4.2. Desconto Percentual

Antes de continuarmos o exemplo acima, vamos imaginar que ao invés de um aumento inicial de 8%, a mercadoria teve um desconto de 8%. Qual seria o valor após esse desconto?

$$v = 1.000 - \frac{8}{100} \times 1.000$$

Observe que o valor será igual ao valor inicial menos 8% deste valor inicial.

$$v = 1.000 - \frac{8}{100} \times 1.000$$

$$v = 1.000 - 80 \rightarrow \boxed{v = 920}$$

Ou seja, a mercadoria depois de um desconto de 8%, teria passado a custar R\$ 920,00.

Vamos, na mesma linha de raciocínio do aumento percentual, colocar o valor inicial em evidência.

$$v = 1.000 - i \times 1.000 \rightarrow v = 1.000 \times (1 - i)$$

Onde,

$i = \text{taxa de desconto}$

Ou seja, quando desejamos calcular o valor após um desconto percentual, multiplicamos este valor por $(1 - i)$.



$$\text{Desconto Percentual : } \times (1 - i)$$

Voltemos ao exemplo.

Uma mercadoria de valor R\$ 1.000,00 sofreu dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9%, passando a custar, como vimos, R\$ 1.177,20. Posteriormente, houve um desconto de 17%.

Então, após esse **desconto** a mercadoria passará a custar:



$$v = 1.177,20 - \frac{17}{100} \times 1.177,20$$
$$v = 1.177,20 - 200,12 \rightarrow \boxed{v = 977,08}$$

Ou, poderíamos resolver **diretamente pela multiplicação do valor por $(1 - i)$** .

$$v = 1.177,20 \times (1 - 0,17)$$
$$v = 1.177,20 \times 0,83 \rightarrow \boxed{v = 977,08}$$

Ou seja, o valor final da mercadoria após dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9%, e depois um desconto de 17% é igual a R\$ 977,08.

Assim como tivemos os aumentos sucessivos, podemos também ter os descontos sucessivos.



Descontos Percentuais Sucessivos : $\times (1 - i_1) \times (1 - i_2) \times (1 - i_3) \times \dots \times (1 - i_n)$



É claro que na hora da prova você não vai calcular passo a passo do jeito explicado acima. Esta resolução foi apenas para você **entender o conceito**.

Vejamos como resolveríamos na hora da prova.

Qual o valor final de uma mercadoria de valor inicial R\$ 1.000,00 que sofreu dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 9%, e depois um desconto de 17%.

Vamos aplicar diretamente a multiplicação pelo fator $\times (1 + i)$ quando se tratar de **aumento** e pelo fator $\times (1 - i)$ quando estivermos diante de um **desconto**. Então o valor final será:

$$v = 1.000 \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 - i_3)$$



Ou seja, quando tivermos aumentos ou descontos sucessivos, basta multiplicarmos o valor inicial por cada **fator multiplicativo**.

Observe que temos 2 aumentos e 1 desconto.

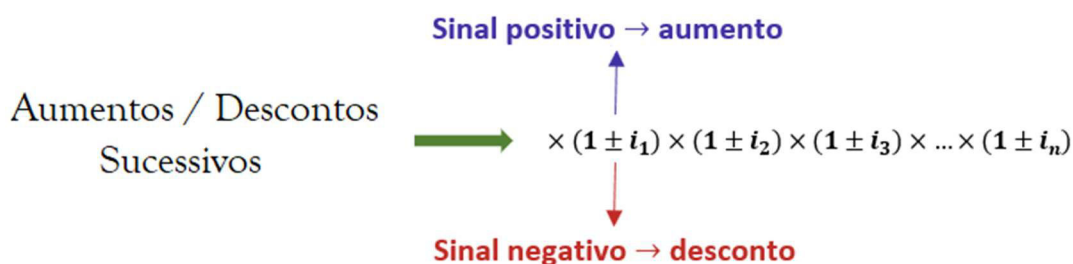
$$v = 1.000 \times (1 + 0,08) \times (1 + 0,09) \times (1 - 0,17)$$

$$v = 1.000 \times 1,08 \times 1,09 \times 0,83 \rightarrow \boxed{v = 977,08}$$

Dessa maneira que resolveremos nossas questões.



ESQUEMATIZANDO



Antes de praticarmos esta equação com alguns exemplos, vamos a uma observação bem importante.



FIQUE ATENTO!

Um aumento de $i\%$ e depois um desconto de $i\%$ **não resulta no valor inicial**

Vamos praticar aumentos e descontos sucessivos com alguns exemplos para você entender por completo a mecânica de resolução (e constatará que é mais fácil do que parece).



EXEMPLIFICANDO



Tome como base uma **mercadoria de valor igual a R\$ 100,00** e calcule o valor final em cada exemplo (os exemplos são independentes).

Exemplo 1: Aumento de 15%

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,15)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,15 \rightarrow v_{final} = 115$$

Exemplo 2: Um aumento de 10% seguido de outro aumento de 10%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,1) \times (1 + 0,1)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,1 \times 1,1 \rightarrow v_{final} = 121$$

Exemplo 3: Um aumento de 10% seguido de outro aumento de 11% e um terceiro aumento de 12%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 + i_3)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,1) \times (1 + 0,11) \times (1 + 0,12)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,1 \times 1,11 \times 1,12 \rightarrow v_{final} = 136,75$$

Exemplo 4: Um aumento de 10% seguido de um desconto de 10%.

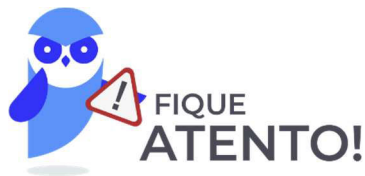
$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,1) \times (1 - 0,1)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,1 \times 0,9 \rightarrow v_{final} = 99$$

Observe então, conforme falamos, que aumento de $i\%$ e depois um desconto de $i\%$ não resultam no valor inicial de R\$ 100,00.





Um aumento de $i\%$ e depois um desconto de $i\%$ **não resulta no valor inicial**

Exemplo 5: Um desconto de 15% seguido de outro desconto de 6%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 - i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 - 0,15) \times (1 - 0,06)$$

$$v_{final} = 100 \times 0,85 \times 0,94 \rightarrow v_{final} = 79,9$$

Exemplo 6: Dois aumentos sucessivos de 20% e dois descontos sucessivos de 20%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 - i_3) \times (1 - i_4)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,2) \times (1 + 0,2) \times (1 - 0,2) \times (1 - 0,2)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,2 \times 1,2 \times 0,8 \times 0,8 \rightarrow v_{final} = 92,16$$



VARIAÇÃO PERCENTUAL



Aprendemos, acima, como calcular o valor final após uma sequência de aumentos e descontos. Vamos, agora, aprender a calcular a variação percentual do valor final em relação ao valor inicial.

A **Variação Percentual** é dada pela seguinte fórmula:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

Vamos tomar como base o Exemplo 3 e calcular a variação percentual deste exemplo.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{139,22 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = 39,2$$

Ou seja, um aumento de 10% seguido de outro aumento de 11% e um terceiro aumento de 12% é equivalente a único aumento de 39,2%.

“Entendi professor. Mas nesse caso, nem precisa fazer a conta. Saiu de 100 e foi para 139,2. Variou 39,2%.”

Perfeito seu pensamento, caro Aluno. Mas, a conta foi relativamente simples porque o valor inicial foi igual a 100. Vamos ver um exemplo abaixo.

Exemplo 7: Uma mercadoria de valor R\$ 195,00 sofreu 3 reajustes: Um aumento de 10%, outro aumento de 10% e, por fim, um desconto de 7%. Qual foi o valor final e a variação percentual desta operação?

Primeiramente, vamos calcular o **valor final** da mercadoria após as três operações.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 - i_3)$$

$$v_{final} = 195 \times (1 + 0,1) \times (1 + 0,1) \times (1 - 0,07)$$

$$v_{final} = 195 \times 1,1 \times 1,1 \times 0,93 \rightarrow v_{final} = 219,43$$



Perceba que, neste exemplo, seria praticamente impossível encontramos a variação percentual de cabeça, uma vez que os valores não são “redondos” iguais no exemplo acima.

A **Variação Percentual** do exemplo 7 será igual a:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{219,43 - 195}{195} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{24,43}{195} \times 100 \rightarrow \Delta\% \cong 12,53$$

Ou seja, um aumento de 10% seguido de outro aumento de 10% e, por fim, um desconto de 7% é equivalente a um único aumento de 12,53%.

E nada impede que a Variação Percentual seja negativa. Vejamos o **Exemplo 6**. Vamos calcular a Variação Percentual deste Exemplo.

$$\Delta\% = \frac{92,16 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = -7,84$$

Então, dois aumentos sucessivos de 20% e dois descontos sucessivos de 20% é equivalente a um único desconto de 7,84%.

Vejamos algumas questões de concurso sobre o assunto.



(TJ SP – 2019) Sobre o preço P de venda de determinado produto, aplicou-se um aumento de 15% e, sobre o novo preço de venda do produto, aplicou-se, dias depois, um desconto de 10%. Após essas duas mudanças, comparado ao preço P, o preço final de venda do produto aumentou:

- a) 3,0%
- b) 5,0%
- c) 4,5%
- d) 4,0%
- e) 3,5%

Comentários:



Em questões deste tipo, em que não é informado o valor do preço, podemos **arbitrar** um valor inicial e trabalhar em cima dele ou resolver com base na **incógnita** mesmo. Vejamos os dois modos.

- **Com base na incógnita**

Um produto de Preço P sofreu um aumento de 15% e, posteriormente, um desconto de 10%. Logo, o preço final após estas operações será igual a:

$$P_{final} = P \times (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

Lembrando que, para aumento percentual multiplicamos por $(1 + i)$ e, para desconto percentual multiplicamos por $(1 - i)$.

$$P_{final} = P \times (1 + 0,15) \times (1 - 0,1)$$

$$P_{final} = P \times 1,15 \times 0,9 \rightarrow P_{final} = 1,035P$$

Logo, comparado ao preço P , o preço final de venda do produto **aumentou** 0,035 ou 3,5%.

- **Arbitrando um valor para o produto**

Podemos arbitrar um valor de 100 para o produto para facilitar as contas. Um produto de Preço 100 sofreu um aumento de 15% e, posteriormente, um desconto de 10%. Logo, o preço final após estas operações será igual a:

$$P_{final} = P \times (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

$$P_{final} = 100 \times (1 + 0,15) \times (1 - 0,1)$$

$$P_{final} = 100 \times 1,15 \times 0,9 \rightarrow P_{final} = 103,5$$

Ou seja, em relação ao preço inicial, o preço final de venda do produto aumentou 3,5 de 100, ou seja, 3,5%.

Lembrando que essa Variação Percentual foi facilmente calculada porque o preço inicial era 100. Porém, a “maneira completa” de se calcular é pela fórmula da Variação Percentual.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{103,5 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = 3,5$$

Gabarito: Alternativa E



(MPE RJ – 2019) Ernesto foi promovido e seu salário aumentou 40%, passando a ser de R\$3.500,00.

O salário de Ernesto antes da promoção era de:

- a) R\$ 1.900,00
- b) R\$ 2.100,00
- c) R\$ 2.400,00
- d) R\$ 2.500,00
- e) R\$ 2.800,00

Comentários:

Vamos chamar o salário de Ernesto antes da promoção de S . Ernesto foi promovido e seu salário aumentou 40%, passando a ser de R\$3.500,00. Então:

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i)$$

$$3.500 = S \times (1 + 0,4)$$

Observe que neste caso, o valor final é o salário após o reajuste, isto é, R\$ 3.500,00.

$$3.500 = S \times 1,4$$

$$S = \frac{3.500}{1,4} \rightarrow S = 2.500$$

Gabarito: Alternativa **D**

(PGE PE -2019) No item seguinte apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de proporcionalidade, porcentagens e descontos.

Uma loja vende determinado produto em promoção com 15% de desconto sobre o preço de venda. Mário comprou o produto e, por ter pago à vista, ganhou mais 10% de desconto sobre o preço do produto na promoção. Nessa situação, o desconto total concedido a Mário foi de 25% sobre o preço de venda.

Comentários:

Pelo que vimos na teoria, já sabemos que a questão está errada. Dois descontos sucessivos, um de 15% e outro de 10%, NÃO corresponde a um desconto de 25%.





Um aumento de $i\%$ e depois um desconto de $i\%$ **não resulta no valor inicial**

Vejamos.

Vamos arbitrar um valor de 100 para este produto. O valor final após os descontos será igual a:

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 - i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 - 0,15) \times (1 - 0,1)$$

$$v_{final} = 100 \times 0,85 \times 0,9 \rightarrow v_{final} = 76,5$$

Ou seja, comparado ao preço inicial de 100, o desconto total foi de:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{76,5 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = -23,5$$

Então, nessa situação, o desconto total concedido a Mário foi de 23,5% sobre o preço de venda.

Dois descontos sucessivos, um de 15% e outro de 10% equivale a um desconto total de 23,5%.

Gabarito: **ERRADO**

(PGE PE -2019) Julgue o item seguinte, relativo a juros, taxas de juros e rendas uniformes e variáveis.

Se o preço inicial de um produto for corrigido anualmente em 30% de seu valor vigente, então, após dois anos, o preço do produto terá correção de 69% sobre o seu valor inicial.

Comentários:

O valor final do produto após dois reajustes anuais de 30% será igual a:

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2)$$



$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + 0,3) \times (1 + 0,3)$$

$$v_{final} = v_{inicial} \times 1,3 \times 1,3 \rightarrow v_{final} = 1,69v_{inicial}$$

Ou seja, se o preço inicial de um produto for corrigido anualmente em 30% de seu valor vigente, então, após dois anos, o preço do produto terá correção de 69% sobre o seu valor inicial. Logo, a assertiva está **CORRETA**.

Poderíamos, para completar a resolução, calcular a Variação Percentual desta operação e constatar que foi de 69%. Vamos aplicar a fórmula da Variação Percentual e calcular seu valor.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

Calculamos que: $v_{final} = 1,69v_{inicial}$. Substituindo na equação acima:

$$\Delta\% = \frac{1,69v_{inicial} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{0,69v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100 \rightarrow \Delta\% = 69$$

Obs: Você poderia resolver também arbitrando o valor do preço inicial (R\$ 100,00). E assim, calcular o valor final que seria R\$ 169,00 e constatar que o preço do produto teria correção de 69% sobre o seu valor inicial.

Gabarito: **CERTO**

(AGU / 2019) Após as vendas natalinas, uma loja entrou em promoção oferecendo um desconto de 40% em qualquer produto da loja. Após uma semana de promoção, o gerente resolveu oferecer mais 30% de desconto nos produtos que ainda não haviam sido vendidos. Os dois descontos consecutivos equivalem a um desconto único de

- a) 12%
- b) 42%
- c) 58%
- d) 70%
- e) 88%

Comentários:

Vamos, nesta questão, arbitrar um valor de R\$ 100,00 para o produto, uma vez que a questão não nos fornece valores (nem final nem inicial).

O produto sofre dois descontos sucessivos, o primeiro de 40% e o segundo de 30%. Sendo assim, seu preço final será igual a:



$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 - i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 - 0,4) \times (1 - 0,3)$$

$$v_{final} = 100 \times 0,6 \times 0,7 \rightarrow v_{final} = 42$$

Cuidado para não marcar a Alternativa B. O preço final é R\$ 42,00. Todavia a banca nos questiona o valor da Variação Percentual.

Iremos aplicar a fórmula da Variação Percentual e calcular seu valor:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{42 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = -58\%$$

Ou seja, os dois descontos consecutivos (um de 40% e outro de 30%) equivalem a um desconto único de 58%.

Gabarito: Alternativa C

(PETROBRAS – 2018) Uma determinada empresa vem adotando uma política de reajustes de preços, de modo que o preço de seu principal produto sofreu um reajuste de 10% em Set/2017. Em outubro do mesmo ano, o produto sofreu novo reajuste, agora de 5% sobre o valor do mês anterior e, um mês depois, um terceiro reajuste de 6% foi aplicado sobre o preço de outubro, de modo que os três reajustes foram sucessivos.

A variação percentual acumulada nesse período, considerando exatamente os três reajustes apresentados, é superior a 22,5%.

Comentários:

Podemos, conforme já estudamos nas questões acima, trabalhar com a incógnita P para o preço ou arbitrar um valor (geralmente usamos R\$ 100,00 para facilitar as contas), uma vez que a banca não fornece nem o valor inicial nem o valor final do produto.

Vamos arbitrar o valor de R\$ 100,00 para o produto e calcular o preço final após os três aumentos sucessivos.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times (1 + i_3)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 + 0,1) \times (1 + 0,05) \times (1 + 0,06)$$

$$v_{final} = 100 \times 1,1 \times 1,05 \times 1,06 \rightarrow v_{final} = 122,43$$



Como o valor inicial arbitrado é 100, constatamos (sem precisar de conta) que a Variação Percentual é igual a 22,43% e assim, a assertiva está **ERRADA**.

Para calcularmos a Variação Percentual utilizamos a fórmula seguinte:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$
$$\Delta\% = \frac{122,43 - 100}{100} \times 100 \rightarrow \Delta\% = 22,43$$

Gabarito: **ERRADO**

(ACS – 2019) Mesmo com o aumento da frota de veículos no Estado ao longo do tempo, a Cetesb verificou uma melhora na qualidade do ar. Na Região Metropolitana, a quantidade média de partículas inaláveis caiu de 54 microgramas/m³, em 2000, para 29 microgramas/m³, em 2018.

Nesse caso, a redução da quantidade média de partículas inaláveis, por m³, foi de, aproximadamente, 46%.

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula da Variação Percentual e calcular quanto percentualmente variou a quantidade média de partículas.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

O enunciado nos informa que a quantidade média de partículas inaláveis caiu de 54 microgramas/m³, em 2000, para 29 microgramas/m³, em 2018. Substituindo os valores teremos:

$$\Delta\% = \frac{29 - 54}{54} \times 100$$
$$\Delta\% = \frac{-25}{54} \times 100$$
$$\Delta\% = \frac{-2.500}{54} \rightarrow \Delta\% \cong 46,3$$

Gabarito: **CERTO**



(ISS Francisco Morato – 2019) Estela tem 76% da quantia necessária para a compra de um pacote turístico. Em uma promoção, esse pacote foi oferecido com 30% de desconto, e, dessa maneira, a quantia que Estela possui é suficiente para comprar o pacote e ainda sobrar R\$ 426,00. O preço desse pacote, sem o desconto, está entre

- a) R\$ 6.500,00 e R\$ 7.000,00.
- b) R\$ 7.000,00 e R\$ 7.500,00.
- c) R\$ 8.000,00 e R\$ 8.500,00.
- d) R\$ 9.000,00 e R\$ 9.500,00.
- e) R\$ 10.000,00 e R\$ 10.500,00.

Comentários:

Vamos chamar o preço do pacote de P e o valor que Estela tem de E .

Estela tem 76% da quantia necessária para a compra de um pacote turístico. Algebricamente teremos a seguinte relação:

$$E = \frac{76}{100} \times P \rightarrow E = 0,76P$$

Em uma promoção, esse pacote foi oferecido com 30% de desconto, e, dessa maneira, a quantia que Estela possui é suficiente para comprar o pacote e ainda sobrar R\$ 426,00.

Acredito que a parte mais **complicada** da questão é transformar essa oração em uma equação. Vamos lá:

$$E = \left(P - \frac{30}{100} \times P \right) + 426$$

Observe. **O valor E que Estela tem é igual ao valor para ela comprar o produto com 30% de desconto e ainda sobrar os R\$ 426,00.**

Cuidado para não colocar a soma dos R\$ 426,00 do lado esquerda da equação.

Suponha que você tem 100 reais. Nesse caso você conseguiria comprar um produto de 90 reais com 20% de desconto e ainda sobrar 28 reais. Vejamos como ficaria a equação:

$$100 = \left(90 - \frac{20}{100} \times 90 \right) + 28$$

$$100 = (90 - 18) + 28$$

$$100 = 72 + 28$$

$$100 = 100$$



Percebeu? Então, voltando na equação:

$$E = \left(P - \frac{30}{100} \times P \right) + 426$$

O Valor E é suficiente para comprar o produto com 30% de desconto e ainda sobrar R\$ 426,00.

No início da resolução constatamos que: $E = 0,76P$. Vamos substituir o valor na equação acima e calcular o preço P do pacote.

$$E = \left(P - \frac{30}{100} \times P \right) + 426$$

$$0,76P = (P - 0,3P) + 426$$

$$0,76P = 0,7P + 426$$

$$0,76P - 0,7P = 426$$

$$0,06P = 426$$

$$P = \frac{426}{0,06} \rightarrow \textbf{P = 7.100}$$

Uma maneira mais fácil de resolver seria pensar da seguinte forma: Estela tinha 76% do valor de P e, posteriormente, o valor caiu para 70% sobrando R\$ 426,00. Ou seja, os R\$ 426,00 correspondem a 6% de P .

$$426 = \frac{6}{100} \times P$$

$$P = \frac{42.600}{6} \rightarrow \textbf{P = 7.100}$$

Gabarito: Alternativa **B**



VARIAÇÃO ACUMULADA

Conforme estudamos acima, podemos calcular a variação percentual acumulada, após uma série de descontos/aumentos, arbitrando um valor de 100, por exemplo, para o valor inicial e assim calcular o valor final e, posteriormente, a variação percentual.

Outra forma de se calcular (que na teoria é o mesmo “caminho”) é pela seguinte expressão:

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = \times (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3) \times \dots \times (1 \pm i_n)$$

Então, vamos tomar como base o exercício resolvido da Petrobras para constatar essa veracidade.

(PETROBRAS – 2018) Uma determinada empresa vem adotando uma política de reajustes de preços, de modo que o preço de seu principal produto sofreu um reajuste de 10% em Set/2017. Em outubro do mesmo ano, o produto sofreu novo reajuste, agora de 5% sobre o valor do mês anterior e, um mês depois, um terceiro reajuste de 6% foi aplicado sobre o preço de outubro, de modo que os três reajustes foram sucessivos.

A variação percentual acumulada nesse período, considerando exatamente os três reajustes apresentados, é superior a 22,5%.

Comentários:

Resolvemos acima arbitrando um valor de 100 para o valor inicial e depois, de posse do valor final, calculamos a variação percentual.

Vamos resolver agora aplicando diretamente a fórmula acima.

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3) \times \dots \times (1 \pm i_n)$$

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = (1 + 0,1) \times (1 + 0,05) \times (1 + 0,06)$$

Observe que os três ajustes são “aumentos percentuais”. Logo, o sinal na fórmula é positivo (+).

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = 1,1 \times 1,05 \times 1,06$$

$$1 + i_{\text{acumulada}} = 1,2243$$

$$i_{\text{acumulada}} = 1,2243 - 1 \rightarrow i_{\text{acumulada}} = 0,2243 \text{ ou } 22,43\%$$

Gabarito: **ERRADO**



RESUMO DA AULA

Conceito

O termo "porcento" é derivado do latim *per centum*, que significa "por cem" ou "às centenas". Porcentagem, então, representa uma razão em que o denominador é igual a cem (100).



Porcentagem representa **uma razão** em que o denominador é **igual a 100**

Então, $k\%$ será igual a:

$$k\% = \frac{k}{100}$$

Cálculo da Porcentagem de um número

Para calcular a Porcentagem de um valor, **multiplicamos a razão centesimal correspondente à Porcentagem por este valor.**

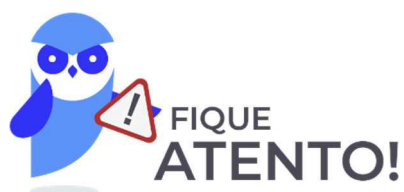
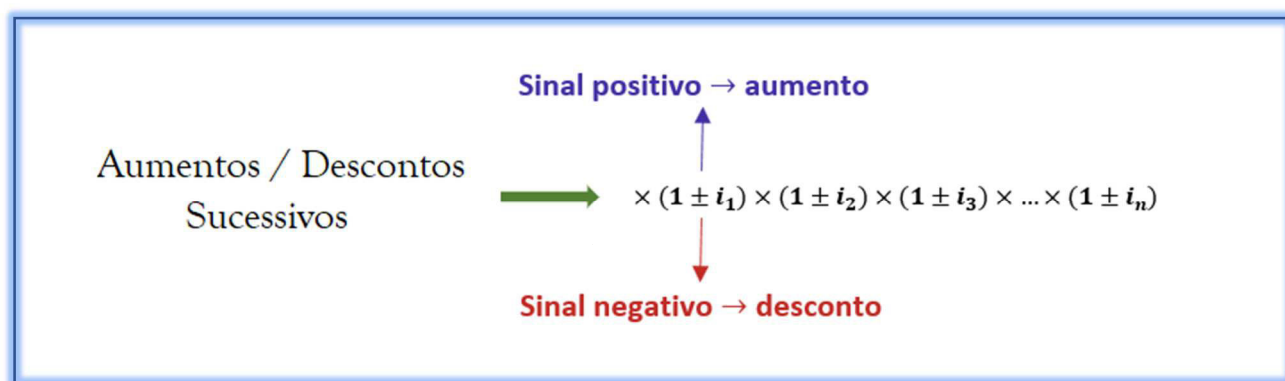
Uma palavra muito importante que deve ser observada quando se resolve problemas envolvendo Porcentagem é a preposição "**de**". Isso porque, via de regra, esse termo nos indica uma **multiplicação**.



"de" → multiplicação



Aumentos e Descontos Percentuais



Um aumento de $i\%$ e depois um desconto de $i\%$ **não resulta no valor inicial**

Variação Percentual



A **Variação Percentual** é dada pela seguinte fórmula:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$



Variação Acumulada

$$(1 + i_{acumulada}) = \times (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3) \times \dots \times (1 \pm i_n)$$



QUESTÕES COMENTADAS – VUNESP

Cálculo da Porcentagem de um Número

1. (VUNESP / CMSJC - 2022) No almoxarifado de uma empresa, o número de resmas de papel colorido corresponde a 12% do número de resmas de papel branco. Após a compra de 40 resmas de papel branco e 70 resmas de papel colorido, o número de resmas de papel branco excede o número de resmas de papel colorido em 586. Após a compra, a soma de resmas de papel branco e colorido no almoxarifado é igual a

- a) 696
- b) 770
- c) 784
- d) 836
- e) 894

Comentários:

Vamos chamar o número de resmas de papel colorido de c e o número de resmas de papel branco de b .

O número de resmas de papel colorido, isto é, c , corresponde a 12% do número de resmas de papel branco b .

$$c = \frac{12}{100} \times b \rightarrow \boxed{c = 0,12b} \text{ equação I}$$

Após a compra de 40 resmas de papel branco e 70 resmas de papel colorido, o número de resmas de papel branco excede o número de resmas de papel colorido em 586. Em termos matemáticos teremos:

$$\boxed{(b + 40) - (c + 70) = 586} \text{ equação II}$$

Observe que, inicialmente, temos b resmas de papel branco. E, com a compra de 40, teremos ao final $b + 40$ resmas de papel branco. O mesmo raciocínio vale para as resmas de papel colorido ($c + 70$).

O enunciado nos informa que **o número de resmas de papel branco excede o número de resmas de papel colorido em 586**, ou seja, o número final de resmas de papel branco menos o número final de resmas de papel colorido é igual a 586, conforme equação acima.

Iremos substituir a equação I na equação II e calcular b :



$$(b + 40) - (c + 70) = 586$$

$$(b + 40) - (0,12b + 70) = 586$$

$$b + 40 - 0,12b - 70 = 586$$

$$0,88b = 616$$

$$b = \frac{616}{0,88} \rightarrow \boxed{b = 700}$$

De posse de b , calculamos c :

$$c = 0,12b$$

$$c = 0,12 \times 700 \rightarrow \boxed{c = 84}$$

Sendo assim, após a compra, a soma de resmas de papel branco e colorido no almoxarifado é igual a:

$$S = \text{valores iniciais} + \text{compra}$$

$$S = 700 + 84 + 40 + 70 \rightarrow \boxed{S = 894}$$

Gabarito: Alternativa E

2. (VUNESP / GCM Osasco - 2022) Em uma empresa, 30% dos funcionários têm idade superior a 60 anos e, entre eles, 20% está de licença médica. Dos demais funcionários, apenas 6 estão de licença médica, o que corresponde a 4% do total de funcionários da empresa. O número de funcionários com idade superior a 60 anos que estão de licença médica é

- a) 10.
- b) 9.
- c) 8.
- d) 7.
- e) 6.

Comentários:

Em uma empresa, 30% dos funcionários têm idade superior a 60 anos e, entre eles, 20% está de licença médica. Dos demais funcionários, isto é, dos funcionários com idade inferior a 30 anos, 6 estão de licença e correspondem a 4% do total de funcionários.

Vamos chamar de x esse total. Logo:



$$\frac{4}{100} \times x = 6$$
$$x = \frac{6 \times 100}{4} \rightarrow \boxed{x = 150}$$

Então, há **150 funcionários na empresa**.

O enunciado nos informa que 30% dos funcionários têm idade superior a 60 anos e, entre eles, 20% está de licença médica.

Iremos calcular primeiramente quantos funcionários tem idade superior a 60 anos.

$$superior = \frac{30}{100} \times 150 \rightarrow \boxed{superior = 45}$$

Desses 45, conforme vimos acima, 20% está de licença médica. Cuidade que não é 20% do total. É 20% dos que tem idade superior a 60 anos (que calculamos em 45 funcionários).

$$superior_{licença} = \frac{20}{100} \times 45 \rightarrow \boxed{superior_{licença} = 9}$$

Gabarito: Alternativa **B**

3. (VUNESP / Pref. Taubaté - 2022) Ontem, Maria pagou o valor R\$ 46,00 em uma unidade de certo produto, e o dono da loja informou que esse valor já estava com aumento de 15%. Sem esse aumento, o preço que Maria pagaria nesse produto seria

- a) R\$ 43,00.
- b) R\$ 42,00.
- c) R\$ 41,00.
- d) R\$ 40,00
- e) R\$ 39,00.

Comentários:

Podemos resolver esta questão através um cálculo algébrico ou por meio de uma regra de três simples.

- **Cálculo algébrico**

Vamos chamar de x o valor do preço SEM o aumento. Sabemos que o valor do preço SEM o aumento mais um aumento de 15% será igual a R\$ 46,00.



$$x + \frac{15}{100} \times x = 46$$

$$x + 0,15x = 46$$

$$1,15x = 46$$

$$x = \frac{46}{1,15} \rightarrow x = 40$$

Ou seja, o preço que Maria pagaria nesse produto sem o aumento seria de R\$ 40,00.

- **Regra de três simples**

O valor do produto com um aumento de 15% é igual a 46 reais. Então, 115% corresponde a 46 reais e 100% (valor original do produto sem aumento) corresponde a x .

$$115\% - 46$$

$$100\% - x$$

Multiplicando cruzado:

$$115x = 4.600$$

$$x = \frac{4.600}{115} \rightarrow x = 40$$

Gabarito: Alternativa **D**

- 4. (VUNESP / PM SP - 2022) Em um grupo de soldados recém-formados, 20% têm o ensino superior completo e, desses, 60% cursaram em instituição pública. Dos que não cursaram em instituição pública, 40% cursaram em faculdades, 30% cursaram em centros universitários, e os demais, em universidades particulares.**

Sabendo-se que, desse grupo, 150 soldados estudaram em universidades particulares, o número de soldados recém-formados, e que não têm ensino superior completo, é

- a) 1.250.
- b) 1.666.
- c) 5.000.
- d) 3.000.
- e) 2.083.



Comentários:

Em um grupo de soldados recém-formados, 20% têm o ensino superior completo e, desses, 60% cursaram em instituição pública.

Dos que não cursaram em instituição pública, isto é, **40% desses 20%** que têm ensino superior são divididos da seguinte forma:

- + 40% cursaram em faculdades
- + 30% cursaram em centros universitários
- + e os demais, isto é, 30% (precisa fechar 100% e temos 70% acima) cursaram universidades particulares

Vamos calcular primeiro quantos não cursaram em instituição pública. Conforme vimos acima, 40% de 20%.

$$\frac{40}{100} \times \frac{20}{100} = \frac{8}{100}$$

Ou seja, 8% cursaram instituições privadas. Desses 8%, conforme divisão vista nos tópicos acima, 30% cursaram centros universitários.

$$\frac{30}{100} \times \frac{8}{100} = \frac{2,4}{100}$$

2,4% do total estudaram em universidades particulares.

O enunciado nos informa que 150 soldados estudaram em universidades particulares. Vamos chamar de x o total de soldados.

$$\frac{2,4}{100} \times x = 150$$
$$x = \frac{150 \times 100}{2,4} \rightarrow \boxed{x = 6.250}$$

Retornando ao início do enunciado. Em um grupo de soldados (6.250) recém-formados, 20% têm o ensino superior completo. Logo, 80% não tem.

$$\frac{80}{100} \times 6.250 = \mathbf{5.000}$$

Logo, **5.000 é o número de soldados recém-formados e que não têm ensino superior completo.**

Gabarito: Alternativa C



5. (VUNESP / TJ SP - 2019) Um preço unitário de 20 reais subiu para $(20+x)$ reais. Isso significou um aumento de $y\%$. Se um preço de 40 reais subir para $(40+x)$ reais, isso significará um aumento de

- a) $3y/2 \%$
- b) $y/3 \%$
- c) $y/2 \%$
- d) $y\%$
- e) $2y\%$

Comentários:

O preço de 20 mais um aumento de $y\%$ de 20 fez o preço atingir $20 + x$.

$$20 + \frac{y}{100} \times 20 = 20 + x$$

$$0,2y = x$$

Se um preço de 40 reais subir para $(40 + x)$ reais, isso significará um aumento de $i\%$.

Vamos calcular i :

$$40 + \frac{i}{100} \times 40 = 40 + x$$

$$0,4i = x$$

Porém, sabemos que $x = 0,2y$. Substituindo na equação acima e **calculando i em função de y teremos:**

$$0,4i = x$$

$$0,4i = 0,2y$$

$$i = \frac{0,2y}{0,4} \rightarrow i = 0,5y = \frac{y}{2}$$

Gabarito: Alternativa C

6. (VUNESP / TJ SP - 2019) Após as filmagens, o tempo de duração de um filme era de 2 horas e 50 minutos. Os produtores queriam diminuir esse tempo em 20%, e o diretor achava que precisava



aumentar esse tempo em 10%. A diferença de tempo da duração total do filme entre essas duas pretensões é de

- a) 30 minutos
- b) 58 minutos
- c) 45 minutos
- d) 63 minutos
- e) 51 minutos

Comentários:

Observe que todas as alternativas estão com a dimensão do tempo em "**minutos**". Então, o primeiro passo vai ser converter o tempo de horas e minutos para apenas minutos.

$$t = 2 \text{ horas e } 50 \text{ minutos}$$

Em 1h há 60 minutos. Logo, o tempo em minutos será igual a:

$$t = 2 \times 60 + 50$$

$$t = 120 + 50 \rightarrow \boxed{t = 170 \text{ minutos}}$$

Os produtores queriam diminuir esse tempo em 20%.

$$t_{\text{produtores}} = 170 - \frac{20}{100} \times 170$$

$$t_{\text{produtores}} = 170 - 34 \rightarrow \boxed{t_{\text{produtores}} = 136 \text{ minutos}}$$

O diretor achava que precisava aumentar esse tempo em 10%.

$$t_{\text{diretor}} = 170 + \frac{10}{100} \times 170$$

$$t_{\text{diretor}} = 170 + 17 \rightarrow \boxed{t_{\text{diretor}} = 187 \text{ minutos}}$$

Logo, a diferença de tempo da duração total do filme entre essas duas pretensões é de:

$$d = t_{\text{diretor}} - t_{\text{produtores}}$$

$$d = 187 - 136 \rightarrow \boxed{d = 51 \text{ minutos}}$$

Observe que poderíamos fazer direto esta diferença.



Perceba que os produtores queriam diminuir o tempo em 20% e o diretor aumentar em 10%. Logo, a diferença seria de 30%, correto?

Sendo assim, a diferença calculada diretamente seria:

$$d = 30\% \text{ de } t$$

$$d = \frac{30}{100} \times t$$

$$d = \frac{30}{100} \times 170 \rightarrow d = 51 \text{ minutos}$$

Gabarito: Alternativa E

7. (VUNESP / TJ SP - 2019) O planejamento de um filme era que ele durasse 1 hora e 40 minutos. Os atores do filme reclamaram e o diretor aumentou esse tempo em 15%. Ao serem realizadas as filmagens verificou-se que o tempo excedeu o tempo planejado (já com os 15% de acréscimo) em 20%. Desse modo o tempo total do filme, após esses aumentos, é de

- a) 2 horas e 25 minutos.
- b) 2 horas e 20 minutos.
- c) 2 horas e 18 minutos.
- d) 2 horas e 27 minutos.
- e) 2 horas e 15 minutos.

Comentários:

Vamos transformar o tempo para minutos. Em 1 hora há 60 minutos. Logo, 1 hora e 40 minutos equivalem a 100 minutos.

$$1 \text{ h} + 40 \text{ min}$$

$$60 \text{ min} + 40 \text{ min} = 100 \text{ min}$$

O diretor **aumentou** esse tempo em 15%.

$$100 + \frac{15}{100} \times 100 = 100 + 15 = 115 \text{ min}$$

Ao serem realizadas as filmagens verificou-se que o tempo total t excedeu o tempo planejado (já com os 15% de acréscimo que é igual a 115 min) em 20%.



Calculando o tempo total t :

$$t = 115 + \frac{20}{100} \times 115$$
$$t = 115 + 23 \rightarrow \boxed{t = 138 \text{ min}}$$

Ou seja, o tempo total foi de 138 min.

Por fim, para encontrar o gabarito, precisamos transformar este tempo de minutos para hora e minutos.

Sabemos que 2 horas equivalem a 120 min. Então, podemos desmebrar o tempo total. Acompanhe.

$$t = 138 \text{ min}$$

$$t = 120 \text{ min} + 18 \text{ min}$$

Perceba que 138 minutos é igual a 120 minutos mais 18 minutos. E, conforme falado acima, 120 minutos equivalem a 2 horas.

$$t = 120 \text{ min} + 18 \text{ min}$$
$$t = 2 \text{ horas} + 18 \text{ min} \rightarrow \boxed{t = 2h18min}$$

Você poderia também dividir 138 por 60.

$$\begin{array}{r|l} 138 & 60 \\ - 120 & 2 \\ \hline & 18 \end{array}$$

Desse modo o tempo total do filme, após esses aumentos, é de **2 horas e 18 minutos**.

Gabarito: Alternativa **C**

8. (VUNESP / MPE SP - 2019) Em uma empresa, trabalham 150 funcionários, e, 60% deles, são homens. Entre as mulheres, 15% já têm netos, e, entre os homens, 20% também já têm netos. O número total de funcionários que já têm netos é

- a) 27
- b) 21
- c) 18



- d) 15
- e) 9

Comentários:

Em uma empresa, trabalham 150 funcionários, e, 60% deles, são homens.

$$h = \frac{60}{100} \times 150 \rightarrow \boxed{h = 90}$$

Então, 90 funcionários são homens e, os demais, 60 (150 – 90) são mulheres.

$$m = 150 - 90 \rightarrow \boxed{m = 60}$$

Entre as mulheres, 15% já têm netos:

$$m_{netos} = \frac{15}{100} \times 60$$
$$m_{netos} = \frac{90}{10} \rightarrow \boxed{m_{netos} = 9}$$

Entre os homens, 20% também já têm netos:

$$h_{netos} = \frac{20}{100} \times 90 \rightarrow \boxed{h_{netos} = 18}$$

Ou seja, o número total de funcionários que já têm netos é igual a soma das mulheres que já tem netos mais os homens que já tem netos.

$$t_{netos} = m_{netos} + h_{netos}$$
$$t_{netos} = 9 + 18 \rightarrow \boxed{t_{netos} = 27}$$

Gabarito: Alternativa A

9. (VUNESP / MPE SP - 2019) Carla comprou determinada TV, pagando 80% do preço da TV como entrada e parcelando o restante, sem acréscimos, em duas parcelas de R\$ 600,00 cada uma. Nessa compra, o valor pago como entrada foi igual a

- a) R\$ 4.800,00.
- b) R\$ 5.800,00.
- c) R\$ 5.400,00.



- d) R\$ 4.400,00.
- e) R\$ 6.000,00.

Comentários:

Carla comprou a TV, pagando 80% do preço da TV como entrada e mais duas parcelas de R\$ 600,00 cada. Ou seja, **essas duas parcelas representam 20% do valor da TV** já que 80%, conforme informado, foi dado de entrada.

Vamos montar uma regra de três para calcular o valor pago como entrada.

R\$ 1.200,00 (relativo a 2 parcelas de R\$ 600,00) equivalem a 20% e x (valor pago como entrada) equivale a 80%.

Preço	Porcentagem
1.200	20%
x	80%

Fazendo o produto do meio igual ao produto dos extremos (multiplicando cruzado) teremos:

$$1.200 \times 80 = x \times 20$$

$$x = \frac{1.200 \times 80}{20}$$

$$x = 60 \times 80 \rightarrow x = 4.800$$

Gabarito: Alternativa A

10. (VUNESP / MPE SP - 2019) Uma doceira comprou 16 latas iguais de leite condensado de certa marca, e cada uma custou R\$ 5,00. Na semana seguinte, esse mesmo produto estava em promoção, e o preço unitário era 20% menor que o da semana anterior. Desse modo, com a mesma quantia gasta na compra desse produto na semana anterior, essa doceira pôde comprar

- a) 6 latas a mais.
- b) 4 latas a mais.
- c) 3 latas a mais.
- d) 5 latas a mais.
- e) 2 latas a mais.



Comentários:

Uma doceira comprou 16 latas iguais de leite condensado, e cada uma custou R\$ 5,00. Logo, no total ela pagou um valor igual a:

$$total = 16 \times 5 \rightarrow \boxed{total = 80}$$

Ou seja, ela gastou um total de R\$ 80,00 na compra.

Na semana seguinte, esse mesmo produto estava em promoção, e **o preço unitário era 20% menor que o da semana anterior** (R\$ 5,00).

$$\$ = 5 - \frac{20}{100} \times 5$$

$$\$ = 5 - \frac{10}{10}$$

$$\$ = 5 - 1 \rightarrow \boxed{\$ = 4}$$

Então, com os R\$ 80,00 gastos no total, com o novo preço, ela conseguiria comprar uma quantia q igual a:

$$80 = 4 \times q$$

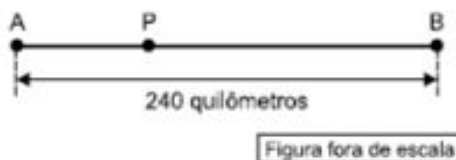
$$q = \frac{80}{4} \rightarrow \boxed{q = 20}$$

Inicialmente ela comprava 16 unidades. Posteriormente, com a diminuição percentual do preço e com o mesmo total, ela conseguiria comprar 20 unidades.

Logo, com a mesma quantia gasta na compra desse produto na semana anterior, essa doceira pôde comprar 4 unidades a mais.

Gabarito: Alternativa B

11. (VUNESP / CODEN - 2021) A distância entre as cidades A e B é 240 quilômetros, conforme mostra a figura.

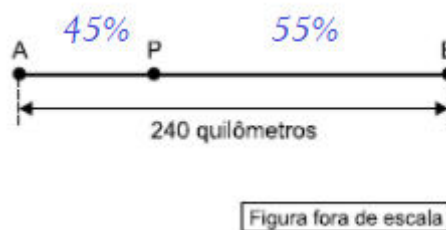


Um carro, após percorrer 45% dessa distância, para em um posto P. A distância entre o posto P e a cidade B, em quilômetros, é

- a) 108
- b) 116
- c) 124
- d) 132
- e) 140

Comentários:

Se ele percorre 45% e para no Ponto P, é porque do **Ponto P até o Ponto B restam ainda 55%** (100% – 45%) do caminho.



Sendo assim, do Ponto P até o Ponto B teremos uma distância de 55% de 240km:

$$PB = \frac{55}{100} \times 240$$

$$PB = \frac{55 \times 24}{10}$$

$$PB = \frac{1.320}{10} \rightarrow \textbf{PB = 132 km}$$

Gabarito: Alternativa **D**

12. (VUNESP / CODEN - 2021) Certo material foi comprado por R\$ 1.008,00, já com desconto de 10% sobre o seu preço normal de venda. O preço normal de venda desse material é

- a) R\$ 1.108,00.
- b) R\$ 1.114,00.
- c) R\$ 1.120,00.
- d) R\$ 1.126,00.
- e) R\$ 1.132,00.



Comentários:

Podemos resolver esta questão através de fórmula ou por uma regra de três simples. Vejamos os 2 modos.

Equação

Certo material foi comprado por R\$ 1.008,00, já com desconto de 10% sobre o seu preço normal de venda PV . Então, algebricamente teremos:

$$PV - \frac{10}{100} \times PV = 1.008$$

Observe que o Preço de Venda (PV) menos 10% de desconto é igual ao valor pago de R\$ 1.008. Calculando o PV :

$$PV - 0,1PV = 1.008$$

$$0,9PV = 1.008$$

$$PV = \frac{1.008}{0,9} \rightarrow \textbf{PV = 1.120}$$

Regra de três

O Preço de Venda PV será igual a 100%.

Certo material foi comprado por R\$ 1.008,00, já com desconto de 10%. Ou seja, 90% do Preço de Venda é igual a R\$ 1.008.

Montamos a regra de três:

Valor	Porcentagem
PV	100%
1.008	90%

Fazendo o produto do meio igual ao produto dos extremos (multiplicando cruzado) teremos:

$$90 \times PV = 100 \times 1.008$$

$$PV = \frac{100 \times 1.008}{90}$$



$$PV = \frac{10.080}{9} \rightarrow \text{PV} = 1.120$$

Gabarito: Alternativa C

13. (VUNESP / Pref. São Roque - 2020) Numa fábrica, foi constatado que em um lote de 8 000 relógios, 1,5% apresentou defeito e esses relógios foram descartados. A quantidade de relógios descartados desse lote foi

- a) 90
- b) 100
- c) 120
- d) 125
- e) 130

Comentários:

Numa fábrica, foi constatado que 1,5% dos 8.000 relógios foram descartados.

$$\text{descartados} = \frac{1,5}{100} \times 8.000$$
$$\text{descartados} = 1,5 \times 80 \rightarrow \text{descartados} = 120$$

Gabarito: Alternativa C

14. (VUNESP / Pref. Guarulhos - 2020) Uma empresa comprou 150 unidades de determinado produto. Desse total, 2% foram devolvidas por estarem com defeitos e 27 unidades foram enviadas para a loja A. Das unidades restantes, 40% foram enviadas para a loja B e as demais para a loja C. O número de unidades desse produto enviadas para a loja C foi

- a) 48
- b) 54
- c) 60
- d) 66
- e) 72

Comentários:





Vamos resolver o exercício passo a passo para melhor compreensão.

✚ "Uma empresa comprou 150 unidades de determinado produto. Desse total, 2% foram devolvidas por estarem com defeitos."

Logo, foram devolvidas:

$$\text{devolvidas} = \frac{2}{100} \times 150 \rightarrow \text{devolvidas} = 3$$

3 foram devolvidas, restando 147 peças sem defeito.

✚ "27 unidades foram enviadas para a loja A. Das unidades restantes, 40% foram enviadas para a loja B."

Então, as unidades restantes serão iguais a:

$$\text{restantes} = 147 - 27 \rightarrow \text{restantes} = 120$$

E dessas restantes 40% foram enviadas a loja B.

$$B = \frac{40}{100} \times 120 \rightarrow B = 48$$

✚ "as demais para a loja C."

Então, como tinham 120 restantes e 48 foram enviadas para a loja B, para a loja C serão enviadas:

$$C = 120 - 48 \rightarrow C = 72$$

Gabarito: Alternativa E

15. (VUNESP / FAMEMA - 2017) Um laboratório comprou uma caixa de tubos de ensaio e, ao abri-la, constatou que 5% deles apresentavam defeitos e não poderiam ser utilizados. Dos tubos sem defeitos, 36 foram utilizados imediatamente, 60% dos demais foram guardados no estoque e os 92 tubos restantes foram colocados nos armários do laboratório. O número total de tubos de ensaio da caixa era



- a) 240
- b) 300
- c) 320
- d) 260
- e) 280

Comentários:

Vamos chamar o número total de tubos de ensaio da caixa de x .

Um laboratório comprou uma caixa de tubos de ensaio e, ao abri-la, constatou que 5% deles apresentavam defeitos e não poderiam ser utilizados. Logo, 95% de tubos estavam sem defeitos.

$$0,95x$$

36 foram utilizados imediatamente. Logo, restaram:

$$\text{restaram} = 0,95x - 36$$

60% dos demais foram guardados no estoque e os 92 tubos restantes foram colocados nos armários do laboratório.

Observe que 60% dos restantes foram guardados e 92 foram colocados no armário. **Perceba que esses 92 correspondem aos 40% dos restantes.**

$$0,4 \times (0,95x - 36) = 92$$

Vamos resolver essa equação e calcular o valor de x .

$$0,95x - 36 = \frac{92}{0,4}$$

$$0,95x - 36 = 230$$

$$0,95x = 266$$

$$x = \frac{266}{0,95} \rightarrow x = 280$$

Gabarito: Alternativa E



16. (VUNESP / AVAREPREV - 2020) O valor de R\$ 1.000,00 foi dividido em duas aplicações, A e B, de modo que o valor colocado na aplicação A foi 60% do valor colocado na aplicação B. Nesse contexto, o valor colocado na aplicação A foi

- a) R\$ 675,00
- b) R\$ 600,00
- c) R\$ 525,00
- d) R\$ 450,00
- e) R\$ 375,00

Comentários:

Vamos chamar o valor colocado na aplicação B de x .

O valor colocado na aplicação A foi 60% do valor colocado na aplicação B, ou seja, o valor na aplicação A é igual a $0,6x$.

$$B \rightarrow x$$

$$A \rightarrow 0,6x$$

A soma dos valores aplicados é igual a R\$ 1.000,00.

$$A + B = 1.000$$

$$0,6x + x = 1.000$$

$$1,6x = 1.000$$

$$x = \frac{1.000}{1,6} \rightarrow x = 625$$

Então, foi aplicado R\$ 625,00 na aplicação B. Na aplicação A será aplicado um valor igual a $0,6x$.

$$A = 0,6x$$

$$A = 0,6 \times 625 \rightarrow A = 375$$

Gabarito: Alternativa E

17. (VUNESP / ISS Osasco - 2019) Em uma empresa de 200 funcionários, 74 são mulheres e os demais, homens. A empresa pretende contratar apenas novas funcionárias de tal forma que as mulheres passem a corresponder a 55% do novo total de funcionários (homens e mulheres).



Após a contratação, a diferença entre o número de mulheres e de homens trabalhando nessa empresa será igual a

- a) 26
- b) 28
- c) 30
- d) 32
- e) 34

Comentários:

Em uma empresa de 200 funcionários, 74 são mulheres. Logo, $(200 - 74 = 126)$ são homens.

A empresa pretende contratar apenas novas funcionárias de tal forma que as mulheres passem a corresponder a 55% do novo total de funcionários (homens e mulheres). Sendo assim, **a quantidade de homens não muda**, uma vez que somente houve contratação de funcionárias do sexo feminino.

Logo, a quantidade final de homens (que é igual a inicial de 126) corresponde a 45% $(100\% - 55\%)$ do total.

$$126 = \frac{45}{100} \times T$$
$$T = \frac{12.600}{45} \rightarrow \boxed{T = 280}$$

Então, após as contratações teremos um **total de 280 funcionários** e desses, 126 são homens. Logo, a quantidade final de mulheres será igual à quantidade total menos a quantidade de homens.

$$m = 280 - 126 \rightarrow \boxed{m = 154}$$

A diferença d entre o número de mulheres e de homens trabalhando nessa empresa após as contratações é igual a:

$$d = 154 - 126 \rightarrow \boxed{d = 28}$$

Gabarito: Alternativa B



QUESTÕES COMENTADAS – VUNESP

Transformação de uma Fração Ordinária em Taxa Percentual

1. (VUNESP / TJ SP - 2019) Em relação ao total de administradores judiciários em determinado estado, no ano de 2018, três décimos estão prestes a se aposentar. Dos demais, sabe-se que 5% foram contratados em concursos públicos realizados na década de 2000, e um quinto do restante foi contratado em concursos públicos realizados nos últimos 5 anos. Do total de administradores judiciários no ano de 2018 nesse estado, os que foram contratados em concursos públicos dos últimos 5 anos correspondem
- a) de 9% a menos de 13%.
 - b) de 1% a menos de 5%.
 - c) de 13% a menos de 17%.
 - d) a menos de 1%.
 - e) de 5% a menos de 9%.

Comentários:

Vamos **arbitrar um valor de 1.000** para a quantidade de administradores judiciários.

✚ Três décimos do total de administradores judiciários estão prestes a se aposentar.

$$aposentar = \frac{3}{10} \times 1.000 \rightarrow \boxed{aposentar = 300}$$

✚ Dos demais, sabe-se que 5% foram contratados em concursos públicos realizados na década de 2000.



Observe que a banca diz que "5% dos demais" e não 5% do total. Esses "demais" é a quantidade total menos a quantidade dos que estão prestes a se aposentar, ou seja, $1.000 - 300 = 700$.

$$década_{2000} = \frac{5}{100} \times 700 \rightarrow \boxed{década_{2000} = 35}$$



✚ Um quinto **do restante** foi contratado em concursos públicos realizados nos últimos 5 anos.

Perceba mais uma vez que é **um quinto do restante** e não um quinto do total. Este "restante" é igual ao total menos os que estão prestes a se aposentar menos os que foram contratados na década de 2000, isto é, $1.000 - 300 - 35 = 665$.

Um quinto deste restante foi contratado em concursos públicos realizados nos últimos 5 anos.

$$\text{últimos } 5 \text{ anos} = \frac{1}{5} \times 665 \rightarrow \boxed{\text{últimos } 5 \text{ anos} = 133}$$

Então, do total de administradores judiciais no ano de 2018 (que arbitramos em 1.000), os que foram contratados em concursos públicos dos últimos 5 anos (133) correspondem percentualmente a:

$$p = \frac{133}{1.000} \rightarrow \boxed{p = 13,3\%}$$

Ou seja, de 13% a menos de 17%.

Gabarito: Alternativa C

2. (VUNESP / Pref. São Roque - 2020) Rafael contratou um pedreiro para realizar uma pequena obra em sua casa. O pedreiro cobrou R\$ 200,00 por dia de serviço e trabalhou durante 40 dias na obra. Sabendo-se que o gasto total dessa obra foi de R\$ 20.000,00, a porcentagem que Rafael gastou com pedreiro corresponde a

- a) 25% do total da obra.
- b) 30% do total da obra.
- c) 35% do total da obra.
- d) 40% do total da obra.
- e) 42% do total da obra.

Comentários:

Vamos calcular o valor total gasto com o pedreiro. O pedreiro cobrou R\$ 200,00 por dia de serviço e trabalhou durante 40 dias na obra. Logo, o valor total será:

$$\text{pedreiro} = 200 \times 40 \rightarrow \boxed{\text{pedreiro} = 8.000}$$

"Tem concurso pra esse cargo de pedreiro aí?"



Brincadeira à parte, continuamos. A banca nos questiona o valor da porcentagem gasta com o pedreiro (parte) em relação ao total da obra (todo).

$$\%_{\text{pedreiro}} = \frac{\text{pedreiro}}{\text{total}} \times 100$$

$$\%_{\text{pedreiro}} = \frac{8.000}{20.000} \times 100$$

$$\%_{\text{pedreiro}} = \frac{80}{2} \rightarrow \%_{\text{pedreiro}} = 40$$

Gabarito: Alternativa D

3. (VUNESP / TJM SP - 2017) Em um município, sabe-se que 1 em cada 16 habitantes vive em área de risco. Desse modo, é correto afirmar que, do número total de habitantes, o correspondente àqueles que não vivem em área de risco é:

- a) 93,25%
- b) 93,50%
- c) 93,75%
- d) 94,00%
- e) 94,25%

Comentários:

Em um município, sabe-se que 1 em cada 16 habitantes vive em área de risco. Logo, 15 em cada 16 habitantes NÃO vivem em área de risco.

Percentualmente este valor representa:

$$x = \frac{15}{16}$$

Vamos multiplicar a fração por 100 para calcular o valor final já na **forma percentual**.

$$x = \frac{15}{16} \times 100$$

$$x = \frac{1.500}{16} \rightarrow x = 93,75\%$$

Gabarito: Alternativa C



QUESTÕES COMENTADAS – VUNESP

Aumentos e Descontos Percentuais

1. (VUNESP / Docas PB - 2022) O preço de venda de um produto teve um aumento de 12%, quando comparado ao preço de venda praticado imediatamente anterior. Se, após o aumento, o preço de venda desse produto passou a ser de R\$ 16,80, então o aumento, em reais, foi de

- a) R\$ 1,60.
- b) R\$ 1,70.
- c) R\$ 1,80.
- d) R\$ 1,90.
- e) R\$ 2,00.

Comentários:

Vamos chamar de x o valor do preço de venda antes do aumento. Após um aumento de 12%, este preço passou a ser R\$ 16,80. Então:

$$x + \frac{12}{100} \times x = 16,80$$

$$x + 0,12x = 16,80$$

$$1,12x = 16,80$$

$$x = \frac{16,80}{1,12} \rightarrow \boxed{x = 15}$$

Ou seja, o preço era de R\$ 15,00 e, após o aumento de 12%, passou a ser R\$ 16,80.

Logo, **o aumento, em reais, foi de R\$ 1,80.**

Gabarito: Alternativa C

2. (VUNESP / ISS Campinas - 2019) Nos três últimos anos, devido a uma crise de oferta de petróleo, a gasolina chegou a sofrer um aumento de 130%, em média, chegando ao patamar de R\$ 4,90. Então, o preço da gasolina antes desse aumento era de

- a) R\$ 2,00



- b) R\$ 1,60
- c) R\$ 1,75
- d) R\$ 1,45
- e) R\$ 2,13

Comentários:

Vamos chamar o preço inicial da gasolina de x .

O preço inicial x aumentado em 130% de x chegou ao valor de R\$ 4,90.

$$x + \frac{130}{100} \times x = 4,90$$

$$x + 1,3x = 4,90$$

$$2,3x = 4,90$$

$$x = \frac{4,90}{2,3} \rightarrow x = 2,13$$

Ou seja, **o preço da gasolina antes desse aumento era de R\$ 2,13.**

Poderíamos também multiplicar o valor inicial x pelo fator multiplicativo $(1 + i)$ dado que foi um aumento percentual. Assim teríamos:

$$x \times (1 + i) = 4,90$$

$$x \times (1 + 1,3) = 4,90$$

$$2,3x = 4,90$$

$$x = \frac{4,90}{2,3} \rightarrow x = 2,13$$

Gabarito: Alternativa E

3. (VUNESP / FITO - 2020) Elisa fez um exame de sangue para verificar sua glicemia em jejum e o resultado foi de 260 mg/dL. Seu médico prescreveu remédio, dieta e exercícios para que alcançasse a taxa de 110 mg/dL que seria a sua meta. Um mês após iniciado o tratamento, em um segundo exame, verificou-se que sua taxa diminuiu em 40%. Elisa continuou o tratamento e vinte dias depois, em terceiro exame, constatou-se que sua taxa havia diminuído 20% em



relação ao segundo exame. Desse modo, é correto afirmar que o resultado do terceiro exame indicou que a taxa de glicose de Elisa estava, em relação a sua meta, um valor igual a

- a) 14,8 mg/dL inferior.
- b) 12,0 mg/dL inferior.
- c) 6,0 mg/dL inferior.
- d) 14,8 mg/dL superior.
- e) 6,0 mg/dL superior.

Comentários:

Vamos calcular o valor final após as duas reduções consecutivas.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 - i_1) \times (1 - i_2)$$

$$v_{final} = 260 \times (1 - 0,4) \times (1 - 0,2)$$

$$v_{final} = 260 \times 0,6 \times 0,8 \rightarrow v_{final} = 124,8$$

Então, em relação a sua meta de 110 mg/dL, Elisa estava ainda com 14,8 mg/dL superior (124,8 – 110).

Gabarito: Alternativa **D**

4. (VUNESP / FITO - 2020) Considere a seguinte informação para responder a questão.

Em 2019, o número de pessoas atendidas em uma repartição pública, no mês de novembro, foi 15% menor que o número de pessoas atendidas, na mesma repartição, no mês de outubro.

Se, no mês de outubro, o número de pessoas atendidas foi igual a 140, então, para saber o número de pessoas atendidas em novembro, pode-se corretamente efetuar a seguinte operação:

- a) $140 - 0,15$
- b) $140 \cdot 0,85$
- c) $140 - 1,15$
- d) $140 \div 0,85$
- e) $140 \cdot 1,15$

Comentários:

Observe que se trata de uma redução. Conforme vimos na teoria, quando buscamos um valor final após uma **redução percentual**, multiplicamos o valor inicial por $(1 - i)$.



Então, para saber o número de pessoas atendidas em novembro, pode-se corretamente efetuar a seguinte operação:

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 - i)$$

$$v_{final} = 140 \times (1 - 0,15) \rightarrow v_{final} = 140 \times 0,85$$

Gabarito: Alternativa **B**

5. (VUNESP / Pref. Cananéia - 2020) Os preços dos produtos P e Q, em reais, eram representados por x e $0,8x$, respectivamente. Sabe-se que ambos os preços tiveram um aumento de 25%, e a soma dos dois preços, após o aumento, ficou igual a R\$ 270,00. Desse modo, é correto afirmar que o preço do produto P, antes do aumento, era igual a

- a) R\$ 150,00
- b) R\$ 145,00
- c) R\$ 140,00
- d) R\$ 125,00
- e) R\$ 120,00

Comentários:

Sabe-se que ambos os preços tiveram um aumento de 25%, e a soma dos dois preços, após o aumento, ficou igual a R\$ 270,00.

Estudamos na teoria que, quando há um **aumento percentual**, multiplicamos pelo fator $(1 + i)$. Então:

$$x \times (1 + i) + 0,8x \times (1 + i) = 270$$

$$x \times (1 + 0,25) + 0,8x \times (1 + 0,25) = 270$$

$$1,25x + 0,8x \times 1,25 = 270$$

$$1,25x + 1x = 270$$

$$2,25x = 270$$

$$x = \frac{270}{2,25} \rightarrow x = 120$$

Perceba que, conforme apontado pelo enunciado, o preço do Produto P é igual a x .



Desse modo, é correto afirmar que o preço do produto P, antes do aumento, era igual a R\$ 120,00.

Gabarito: Alternativa E

6. (VUNESP / ISS Pref. SJRP - 2018) Um lojista aplicou dois aumentos sucessivos de 10% sobre um preço unitário P e obteve o preço P_1 , que é R\$ 84,00 maior que P. Para pagamento à vista, o lojista oferece um desconto de 10% sobre P_1 e, nesse caso, o preço unitário será de

- a) R\$ 366,50.
- b) R\$ 378,00.
- c) R\$ 394,40.
- d) R\$ 420,00.
- e) R\$ 435,60.

Comentários:

Um lojista aplicou dois aumentos sucessivos de 10% sobre um preço unitário P e obteve o preço P_1 , que é R\$ 84,00 maior que P. Então, **após os 2 aumentos sucessivos teremos:**

$$P_1 = P \times (1 + i_1) \times (1 + i_2)$$

Substituindo os valores e calculando o valor inicial P:

$$P_1 = P \times (1 + i_1) \times (1 + i_2)$$

$$P + 84 = P \times (1 + 0,1) \times (1 + 0,1)$$

$$P + 84 = P \times 1,1 \times 1,1$$

$$P + 84 = 1,21P$$

$$1,21P - P = 84$$

$$0,21P = 84$$

$$P = \frac{84}{0,21} \rightarrow \boxed{P = 400}$$

Ou seja, o preço inicial é igual a R\$ 400,00 e o preço P_1 após os 2 aumentos sucessivos é igual a R\$ 484,00.

Para pagamento à vista, **o lojista oferece um desconto de 10% sobre P_1** . Logo, o preço à vista será:



$$P_{vista} = 484 - \frac{10}{100} \times 484$$
$$P_{vista} = 484 - 48,4 \rightarrow P_{vista} = 435,6$$

Gabarito: Alternativa E

7. (VUNESP / TJM SP - 2017) Um preço x é 90% do preço y . O preço y cai 40%, e o preço x sobe 40%. Nessa nova situação, para que o preço menor se iguale ao preço maior, ele deverá ser reajustado em:

- a) 110%
- b) 90%
- c) 80%
- d) 75%
- e) 40%

Comentários:

Vamos arbitrar um valor de 100 pra o preço inicial de y . Um preço x é 90% do preço y . Logo, o preço inicial de x é igual a 90.

✚ O preço y cai 40% resultando em y' .

$$y' = 100 - \frac{40}{100} \times 100$$
$$y' = 100 - 40 \rightarrow y' = 60$$

✚ O preço x sobe 40% resultando em x' .

$$x' = 90 + \frac{40}{100} \times 90$$
$$x' = 90 + 36 \rightarrow x' = 126$$

Nessa nova situação, para que o preço menor se iguale ao preço maior, ele deverá ser reajustado em $i\%$:

$$60 + \frac{i}{100} \times 60 = 126$$

$$60 + 0,6i = 126$$

$$0,6i = 126 - 60$$



$$0,6i = 66$$

$$i = \frac{66}{0,6} \rightarrow i = 110$$

Nessa nova situação, para que o preço menor se iguale ao preço maior, ele deverá ser **reajustado em 110%**.

Gabarito: Alternativa **A**

8. (VUNESP / TJ SP - 2015) Em 2013, foi destinada uma verba anual V para a realização de um determinado projeto. No ano seguinte, devido a um problema de caixa, a verba anual destinada ao mesmo projeto sofreu uma diminuição de 20% em relação à verba V . Neste ano de 2015, com a melhoria da situação do caixa, está previsto, como verba anual para ser aplicada no mesmo projeto, um valor total superior em 25% ao da verba destinada em 2014. Desconsiderando-se a inflação desse período, pode-se afirmar que o valor previsto para a verba de 2015 corresponde, de V , a:

- a) 99,5%
- b) 95%
- c) 100,5%
- d) 100%
- e) 105%

Comentários:

Vamos arbitrar um valor de 100 para a verba anual de 2013 calcular o valor em 2015 após uma redução de 20% seguido de um aumento de 25%.

$$v_{final} = v_{inicial} \times (1 - i_1) \times (1 + i_2)$$

$$v_{final} = 100 \times (1 - 0,2) \times (1 + 0,25)$$

$$v_{final} = 100 \times 0,8 \times 1,25 \rightarrow v_{final} = 100$$

Ou seja, **o valor final de 2015 é igual ao valor inicial de 2013**. Sendo assim, pode-se afirmar que o valor previsto para a verba de 2015 corresponde a 100% do valor da verba de 2013, uma vez que, conforme vimos, eles são iguais.

"Se uma coisa é igual a outra, ela é 100% (1) da outra".

Gabarito: Alternativa **D**



QUESTÕES COMENTADAS – VUNESP

Variação Percentual

1. (VUNESP / Pref. Taubaté - 2022) Um agricultor possui em seu terreno 90 macieiras, cada uma produzindo, em média, 125 maçãs. Ao comprar um terreno vizinho com 160 macieiras, cada uma produzindo, em média, 100 maçãs, a produtividade média de maçãs por macieira com seu novo total de macieiras

- a) aumentou 2,66%.
- b) aumentou 1,50%.
- c) caiu 12,80%.
- d) caiu 8,72%.
- e) caiu 4,50%.

Comentários:

A produtividade média é igual ao total da produtividade divididos pela quantidade de macieiras.

$$prod. = \frac{\text{produção total}}{\text{quantidade}}$$

Inicialmente, um agricultor possui em seu terreno 90 macieiras, cada uma produzindo, em média, 125 maçãs.

Ou seja, **a produtividade inicial é igual a 125.**

O agricultor comprou um terreno vizinho com 160 macieiras, cada uma produzindo, em média, 100 maçãs. Vamos calcular a produtividade final.

$$prod. = \frac{90 \times 125 + 160 \times 100}{90 + 160}$$

Observe que havia 90 macieiras que produzem 125 maçãs cada e adquiriu o terreno com 160 macieiras que produzem cada uma em média 100 maçãs.

Logo, a produção total vai ser igual a $90 \times 125 + 160 \times 100$.

E a quantidade total de macieiras será igual as 90 primeiras que já havia mais as 160 que foram adquiridas.

Sendo assim, a produtividade final será:



$$prod. = \frac{90 \times 125 + 160 \times 100}{90 + 160}$$

$$prod. = \frac{11.250 + 16.000}{250}$$

$$prod. = \frac{27.250}{250} \rightarrow \boxed{prod. = 109}$$

A produtividade média inicialmente era de 125 e a produtividade final, acabamos de calcular que será de 109. Iremos aplicar a fórmula da variação percentual e encontrar a queda percentual da produtividade.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{109 - 125}{125} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{-16}{125} \times 100$$

$$\Delta\% = -0,128 \times 100 \rightarrow \Delta\% = -12,8\%$$

Gabarito: Alternativa C

2. (VUNESP / TJ SP - 2019) Um investidor comprou ações de uma empresa. Planejou vender essas ações em duas situações:

I. se subirem 16%;

II. se caírem 20%.

Em relação ao preço de saída do negócio com prejuízo, o preço de saída do negócio com lucro é superior em

- a) 45%
- b) 30%
- c) 42%
- d) 40%
- e) 36%

Comentários:

A melhor maneira de se resolver é **arbitrar um valor de R\$ 100,00 para o preço inicial das ações.**



Se ela **cair 20%**, o preço será de R\$ 80,00. Se ela **subir 16%**, o preço será de R\$ 116,00.

Vamos calcular quanto o preço de saída do negócio com lucro (116) é superior ao preço com prejuízo (80). Podemos calcular através da fórmula da variação percentual ou através de uma regra de três simples. Vejamos as 2 maneiras.

Variação Percentual

Aplicando a fórmula teremos:

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{116 - 80}{80} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{36}{80} \times 100 \rightarrow \Delta\% = 45\%$$

Observe que o "valor inicial" é o valor tomado como base, isto é, o valor de referência. Neste exercício, o valor de referência é o valor com prejuízo (80). Perceba que a banca pede quanto percentualmente o valor com lucro é maior que o valor com prejuízo (referência).

Regra de três

O valor com prejuízo (valor inicial) de R\$ 80,00 corresponde a 100%. E o valor com lucro de R\$ 116,00 corresponde a x .

Valor	Porcentagem
80	100%
116	$x\%$

Fazendo o produto do meio igual ao produto dos extremos (multiplicando cruzado) teremos:

$$80 \times x = 116 \times 100$$

$$x = \frac{116 \times 100}{80}$$

$$x = \frac{1.160}{8} \rightarrow x = 145\%$$



Ou seja, em relação ao preço de saída do negócio com prejuízo, o preço de saída do negócio com lucro é **superior em 45%**.

Gabarito: Alternativa **A**

3. (VUNESP / TJ SP - 2019) A média aritmética simples dos números 9, 12, 13, 16, 16 e 24 é a soma de todos eles dividida por 6. O maior desses números supera essa média aritmética simples em

- a) 55%
- b) 60%
- c) 45%
- d) 65%
- e) 50%

Comentários:



Questão bem **interessante** que envolve o conceito de média e de porcentagem no mesmo exercício.

Vamos, primeiramente, **calcular a média aritmética dos números dados**. Média Aritmética $\bar{x}$ (que a banca trouxe a definição, mas não precisava) é a soma de todos os números dividida pela quantidade de números.

$$\bar{x} = \frac{9 + 12 + 13 + 16 + 16 + 24}{6}$$

$$\bar{x} = \frac{90}{6} \rightarrow \boxed{\bar{x} = 15}$$

A banca nos questiona quanto o maior desses números da sequência, ou seja, o número 24, supera percentualmente a média aritmética (15).

Iremos fazer uma regra de três simples.

A média aritmética 15 corresponde a 100%. E o maior valor 24 corresponde a x.



Valor	Porcentagem
15	100%
24	$x\%$

Fazendo o produto do meio igual ao produto dos extremos (multiplicando cruzado) teremos:

$$15 \times x = 24 \times 100$$

$$x = \frac{2.400}{15} \rightarrow x = 160\%$$

Ou seja, o maior desses números **supera essa média aritmética simples em 60%**.

Obs: Poderíamos também aplicar diretamente a fórmula da variação percentual.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{24 - 15}{15} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{9}{15} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{900}{15} \rightarrow \Delta\% = 60\%$$

Gabarito: Alternativa **D**

4. (VUNESP / MPE SP - 2019) De acordo com a Companhia Nacional de Abastecimentos (Conab), a saca de 60 kg do arroz longo fino, em casca, foi comercializada, no Estado de São Paulo, ao preço médio de R\$ 50,05, no mês de janeiro de 2018, e ao preço médio de R\$ 47,75, no mês de fevereiro de 2018. Isso significa que, de janeiro para fevereiro de 2018, o preço médio de comercialização do referido produto teve uma variação negativa que ficou entre:

- a) 4,4% e 4,5%
- b) 4,5% e 4,6%
- c) 4,7% e 4,8%
- d) 4,8% e 4,9%
- e) 4,9% e 5,0%



Comentários:

A banca nos fornece o valor inicial e o valor final da saca de arroz. Vamos aplicar diretamente a fórmula da variação percentual e calcular seu valor.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{47,75 - 50,05}{50,05} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{-2,3}{50,05} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{-230}{50,05} \rightarrow \Delta\% \cong -4,59$$

Ou você poderia também fazer uma regra de três simples. O valor inicial de R\$ 50,05 corresponde a 100%. A variação de preço de $50,05 - 47,75 = 2,3$ corresponde a $x\%$.

Valor	Porcentagem
50,05	100%
2,3	$x\%$

Multiplicando cruzado:

$$2,3 \times 100 = x \times 50,50$$

$$x\% = \frac{230}{50,05} \rightarrow x\% \cong 4,59$$

Como foi uma redução de preço, a variação é negativa. $x\% \cong -4,59$

Gabarito: Alternativa B

5. (VUNESP / TJ SP - 2014) A Câmara dos Deputados aprovou ontem a Medida Provisória no 647, que permite ao governo elevar para até 27,5% o limite de etanol anidro misturado à gasolina vendida nos postos de combustível. Hoje, esse teto é de 25%.



(O Estado de S.Paulo, 07.08.2014)

Suponha que dois tanques, A e B, contenham quantidades iguais, em litros, de um combustível formado pela mistura de gasolina e de álcool anidro, sendo 25% o teor de álcool na mistura do tanque A e 27,5%, o teor de álcool na mistura do tanque B. Nessas condições, é correto afirmar que a quantidade de álcool no tanque B supera a quantidade de álcool no tanque A em

- a) 10%
- b) 5%
- c) 7,5%
- d) 2,5%
- e) 8%

Comentários:

Vamos arbitrar um valor de 100L para a capacidade dos tanques A e B.

✚ No tanque B, o teor de álcool na mistura é de 27,5%. Ou seja, em B temos 27,5 *litros* de álcool.

✚ No tanque A, o teor de álcool na mistura é de 25%. Ou seja, em A temos 25 *litros* de álcool.

Para calcular o quanto **percentualmente** a quantidade em B supera a quantidade em A, podemos aplicar diretamente a fórmula da variação percentual ou então montar uma regra de três simples.

$$\Delta\% = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{27,5 - 25}{25} \times 100$$

Observe que o valor inicial é sempre aquele tomado como "base". Aquele que queremos comparar. A banca questiona em relação a A, ou seja, A é o valor base para saber o quanto B é maior percentualmente.

$$\Delta\% = \frac{27,5 - 25}{25} \times 100$$

$$\Delta\% = \frac{2,5}{25} \times 100$$

$$\Delta\% = 0,1 \times 100 \rightarrow \Delta\% = \mathbf{10\%}$$

Poderíamos também, como informado, fazer uma regra de três simples.



Litros	Porcentagem
25	100%
27,5	$x\%$

Multiplicando cruzado:

$$25 \times x = 27,5 \times 100$$

$$x = \frac{2.750}{25} \rightarrow x = 110\%$$

Ou seja, em relação a A (100%), **B é 10% maior**.

Gabarito: Alternativa **A**



QUESTÕES COMENTADAS – VUNESP

Variação Acumulada

1. (VUNESP / Pref. Jundiaí - 2022) O preço do litro do etanol em certo posto sofreu dois aumentos sucessivos: em março, aumentou 5% em relação ao seu valor inicial; e, em setembro, aumentou $x\%$ em relação ao valor vigente desde março. Se comparado com o valor inicial, o valor vigente a partir de setembro corresponde a um aumento de 11,3%. Então, é correto afirmar que x é igual a

- a) 5,5
- b) 5,7
- c) 6,0
- d) 6,6
- e) 6,9

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula da variação acumulada:

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2)$$

$$(1 + 0,113) = (1 + 0,05) \times (1 + x)$$

$$1,113 = 1,05 \times (1 + x)$$

$$(1 + x) = \frac{1,113}{1,05}$$

$$1 + x = 1,06$$

$$x = 1,06 - 1 \rightarrow x = 0,06 \text{ ou } 6\%$$

Então, é **correto afirmar** que x é igual a 6%.

Gabarito: Alternativa C

2. (VUNESP / TJ SP - 2019) O preço x subiu 20% e agora é y . O preço y caiu 40% e agora é z . O preço z é menor que x em



- a) 30%
- b) 25%
- c) 20%
- d) 28%
- e) 18%

Comentários:

Vamos aplicar a fórmula da variação acumulada e calcular o percentual do preço z em relação ao inicial x.

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3) \times \dots \times (1 \pm i_n)$$

Como temos um **aumento de 20%** e uma **redução de 40%** ficamos com:

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = (1 + 0,2) \times (1 - 0,4)$$

Perceba que, conforme estudamos na parte teórica, utilizamos o sinal **negativo** para uma redução percentual e o sinal **positivo** para um aumento percentual.

Calculando a variação acumulada:

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = (1 + 0,2) \times (1 - 0,4)$$

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = 1,2 \times 0,6$$

$$1 + i_{\text{acumulada}} = 0,72$$

$$i_{\text{acumulada}} = 0,72 - 1 \rightarrow i_{\text{acumulada}} = -0,28 \text{ ou } -28\%$$

Ou seja, **o preço z é menor que x em 28%**.

Gabarito: Alternativa **D**

3. (VUNESP / TJ SP - 2019) Sobre o preço P de venda de determinado produto, aplicou-se um aumento de 15% e, sobre o novo preço de venda do produto, aplicou-se, dias depois, um desconto de 10%. Após essas duas mudanças, comparado ao preço P, o preço final de venda do produto aumentou

- a) 3,0%
- b) 5,0%



- c) 4,5%
- d) 4,0%
- e) 3,5%

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula da variação acumulada e calcular o preço final de venda do produto comparado ao preço P.

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 + i_1) \times (1 - i_2)$$

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 + 0,15) \times (1 - 0,1)$$

$$(1 + i_{acumulada}) = 1,15 \times 0,9$$

$$1 + i_{acumulada} = 1,035$$

$$i_{acumulada} = 1,035 - 1 \rightarrow i_{acumulada} = 0,035 \text{ ou } 3,5\%$$

Gabarito: Alternativa E

4. (VUNESP / CMBP - 2020) Desconsiderando as inflações, o orçamento público de determinado município, em 2018, foi 10% menor que o orçamento público do ano anterior. Em 2019, o orçamento público do município em questão foi 10% maior que o de 2018. Sabendo-se que, para 2020, o orçamento público desse município foi 10% maior que o de 2019, então é verdade afirmar que, comparados ao de 2017, o orçamento público de 2020 foi maior em:

- a) 10,0%
- b) 9,5%
- c) 8,9%
- d) 7,6%
- e) 6,0%

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula da variação acumulada e calcular o orçamento final comparado ao inicial.

$$(1 + i_{acumulada}) = (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \times (1 \pm i_3) \times \dots \times (1 \pm i_n)$$

Como temos três períodos ficamos com:



$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = (1 - i_1) \times (1 + i_2) \times (1 + i_3)$$

Observe que, conforme aprendemos na parte teórica, usamos o sinal de **negativo** para redução percentual e o sinal **positivo** para aumento percentual.

Substituindo os valores e calculando a variação acumulada teremos:

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = (1 - i_1) \times (1 + i_2) \times (1 + i_3)$$

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = (1 - 0,1) \times (1 + 0,1) \times (1 + 0,1)$$

$$(1 + i_{\text{acumulada}}) = 0,9 \times 1,1 \times 1,1$$

$$1 + i_{\text{acumulada}} = 1,089$$

$$i_{\text{acumulada}} = 1,089 - 1 \rightarrow i_{\text{acumulada}} = 0,089 \text{ ou } 8,9\%$$

Ou seja, comparados ao de 2017, **o orçamento público de 2020 foi maior em 8,9%.**

Gabarito: Alternativa **C**



LISTA DE QUESTÕES – VUNESP

Cálculo da Porcentagem de um Número

1. (VUNESP / CMSJC - 2022) No almoxarifado de uma empresa, o número de resmas de papel colorido corresponde a 12% do número de resmas de papel branco. Após a compra de 40 resmas de papel branco e 70 resmas de papel colorido, o número de resmas de papel branco excede o número de resmas de papel colorido em 586. Após a compra, a soma de resmas de papel branco e colorido no almoxarifado é igual a
 - a) 696
 - b) 770
 - c) 784
 - d) 836
 - e) 894

2. (VUNESP / GCM Osasco - 2022) Em uma empresa, 30% dos funcionários têm idade superior a 60 anos e, entre eles, 20% está de licença médica. Dos demais funcionários, apenas 6 estão de licença médica, o que corresponde a 4% do total de funcionários da empresa. O número de funcionários com idade superior a 60 anos que estão de licença médica é
 - a) 10.
 - b) 9.
 - c) 8.
 - d) 7.
 - e) 6.

3. (VUNESP / Pref. Taubaté - 2022) Ontem, Maria pagou o valor R\$ 46,00 em uma unidade de certo produto, e o dono da loja informou que esse valor já estava com aumento de 15%. Sem esse aumento, o preço que Maria pagaria nesse produto seria
 - a) R\$ 43,00.
 - b) R\$ 42,00.
 - c) R\$ 41,00.
 - d) R\$ 40,00
 - e) R\$ 39,00.



4. (VUNESP / PM SP - 2022) Em um grupo de soldados recém-formados, 20% têm o ensino superior completo e, desses, 60% cursaram em instituição pública. Dos que não cursaram em instituição pública, 40% cursaram em faculdades, 30% cursaram em centros universitários, e os demais, em universidades particulares.

Sabendo-se que, desse grupo, 150 soldados estudaram em universidades particulares, o número de soldados recém-formados, e que não têm ensino superior completo, é

- a) 1.250.
- b) 1.666.
- c) 5.000.
- d) 3.000.
- e) 2.083.

5. (VUNESP / TJ SP - 2019) Um preço unitário de 20 reais subiu para $(20+x)$ reais. Isso significou um aumento de $y\%$. Se um preço de 40 reais subir para $(40+x)$ reais, isso significará um aumento de

- a) $3y/2 \%$
- b) $y/3 \%$
- c) $y/2 \%$
- d) $y\%$
- e) $2y\%$

6. (VUNESP / TJ SP - 2019) Após as filmagens, o tempo de duração de um filme era de 2 horas e 50 minutos. Os produtores queriam diminuir esse tempo em 20%, e o diretor achava que precisava aumentar esse tempo em 10%. A diferença de tempo da duração total do filme entre essas duas pretensões é de

- a) 30 minutos
- b) 58 minutos
- c) 45 minutos
- d) 63 minutos
- e) 51 minutos

7. (VUNESP / TJ SP - 2019) O planejamento de um filme era que ele durasse 1 hora e 40 minutos. Os atores do filme reclamaram e o diretor aumentou esse tempo em 15%. Ao serem realizadas as filmagens verificou-se que o tempo excedeu o tempo planejado (já com os 15% de acréscimo) em 20%. Desse modo o tempo total do filme, após esses aumentos, é de



- a) 2 horas e 25 minutos.
- b) 2 horas e 20 minutos.
- c) 2 horas e 18 minutos.
- d) 2 horas e 27 minutos.
- e) 2 horas e 15 minutos.

8. (VUNESP / MPE SP - 2019) Em uma empresa, trabalham 150 funcionários, e, 60% deles, são homens. Entre as mulheres, 15% já têm netos, e, entre os homens, 20% também já têm netos. O número total de funcionários que já têm netos é

- a) 27
- b) 21
- c) 18
- d) 15
- e) 9

9. (VUNESP / MPE SP - 2019) Carla comprou determinada TV, pagando 80% do preço da TV como entrada e parcelando o restante, sem acréscimos, em duas parcelas de R\$ 600,00 cada uma. Nessa compra, o valor pago como entrada foi igual a

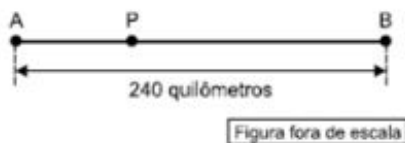
- a) R\$ 4.800,00.
- b) R\$ 5.800,00.
- c) R\$ 5.400,00.
- d) R\$ 4.400,00.
- e) R\$ 6.000,00.

10. (VUNESP / MPE SP - 2019) Uma doceira comprou 16 latas iguais de leite condensado de certa marca, e cada uma custou R\$ 5,00. Na semana seguinte, esse mesmo produto estava em promoção, e o preço unitário era 20% menor que o da semana anterior. Desse modo, com a mesma quantia gasta na compra desse produto na semana anterior, essa doceira pôde comprar

- a) 6 latas a mais.
- b) 4 latas a mais.
- c) 3 latas a mais.
- d) 5 latas a mais.
- e) 2 latas a mais.



11. (VUNESP / CODEN - 2021) A distância entre as cidades A e B é 240 quilômetros, conforme mostra a figura.



Um carro, após percorrer 45% dessa distância, para em um posto P. A distância entre o posto P e a cidade B, em quilômetros, é

- a) 108
- b) 116
- c) 124
- d) 132
- e) 140

12. (VUNESP / CODEN - 2021) Certo material foi comprado por R\$ 1.008,00, já com desconto de 10% sobre o seu preço normal de venda. O preço normal de venda desse material é

- a) R\$ 1.108,00.
- b) R\$ 1.114,00.
- c) R\$ 1.120,00.
- d) R\$ 1.126,00.
- e) R\$ 1.132,00.

13. (VUNESP / Pref. São Roque - 2020) Numa fábrica, foi constatado que em um lote de 8 000 relógios, 1,5% apresentou defeito e esses relógios foram descartados. A quantidade de relógios descartados desse lote foi

- a) 90
- b) 100
- c) 120
- d) 125
- e) 130

14. (VUNESP / Pref. Guarulhos - 2020) Uma empresa comprou 150 unidades de determinado produto. Desse total, 2% foram devolvidas por estarem com defeitos e 27 unidades foram



enviadas para a loja A. Das unidades restantes, 40% foram enviadas para a loja B e as demais para a loja C. O número de unidades desse produto enviadas para a loja C foi

- a) 48
- b) 54
- c) 60
- d) 66
- e) 72

15. (VUNESP / FAMEMA - 2017) Um laboratório comprou uma caixa de tubos de ensaio e, ao abri-la, constatou que 5% deles apresentavam defeitos e não poderiam ser utilizados. Dos tubos sem defeitos, 36 foram utilizados imediatamente, 60% dos demais foram guardados no estoque e os 92 tubos restantes foram colocados nos armários do laboratório. O número total de tubos de ensaio da caixa era

- a) 240
- b) 300
- c) 320
- d) 260
- e) 280

16. (VUNESP / AVAREPREV - 2020) O valor de R\$ 1.000,00 foi dividido em duas aplicações, A e B, de modo que o valor colocado na aplicação A foi 60% do valor colocado na aplicação B. Nesse contexto, o valor colocado na aplicação A foi

- a) R\$ 675,00
- b) R\$ 600,00
- c) R\$ 525,00
- d) R\$ 450,00
- e) R\$ 375,00

17. (VUNESP / ISS Osasco - 2019) Em uma empresa de 200 funcionários, 74 são mulheres e os demais, homens. A empresa pretende contratar apenas novas funcionárias de tal forma que as mulheres passem a corresponder a 55% do novo total de funcionários (homens e mulheres). Após a contratação, a diferença entre o número de mulheres e de homens trabalhando nessa empresa será igual a

- a) 26



- b) 28
- c) 30
- d) 32
- e) 34



GABARITO

1. E
2. B
3. D
4. C
5. C
6. E
7. C
8. A
9. A
10. B
11. D
12. C
13. C
14. E
15. E
16. E
17. B



LISTA DE QUESTÕES – VUNESP

Transformação de uma Fração Ordinária em Taxa Percentual

1. (VUNESP / TJ SP - 2019) Em relação ao total de administradores judiciários em determinado estado, no ano de 2018, três décimos estão prestes a se aposentar. Dos demais, sabe-se que 5% foram contratados em concursos públicos realizados na década de 2000, e um quinto do restante foi contratado em concursos públicos realizados nos últimos 5 anos. Do total de administradores judiciários no ano de 2018 nesse estado, os que foram contratados em concursos públicos dos últimos 5 anos correspondem
 - a) de 9% a menos de 13%.
 - b) de 1% a menos de 5%.
 - c) de 13% a menos de 17%.
 - d) a menos de 1%.
 - e) de 5% a menos de 9%.

2. (VUNESP / Pref. São Roque - 2020) Rafael contratou um pedreiro para realizar uma pequena obra em sua casa. O pedreiro cobrou R\$ 200,00 por dia de serviço e trabalhou durante 40 dias na obra. Sabendo-se que o gasto total dessa obra foi de R\$ 20.000,00, a porcentagem que Rafael gastou com pedreiro corresponde a
 - a) 25% do total da obra.
 - b) 30% do total da obra.
 - c) 35% do total da obra.
 - d) 40% do total da obra.
 - e) 42% do total da obra.

3. (VUNESP / TJM SP - 2017) Em um município, sabe-se que 1 em cada 16 habitantes vive em área de risco. Desse modo, é correto afirmar que, do número total de habitantes, o correspondente àqueles que não vivem em área de risco é:
 - a) 93,25%
 - b) 93,50%
 - c) 93,75%
 - d) 94,00%
 - e) 94,25%



GABARITO

1. C
2. D
3. C



LISTA DE QUESTÕES – VUNESP

Aumentos e Descontos Percentuais

1. (VUNESP / Docas PB - 2022) O preço de venda de um produto teve um aumento de 12%, quando comparado ao preço de venda praticado imediatamente anterior. Se, após o aumento, o preço de venda desse produto passou a ser de R\$ 16,80, então o aumento, em reais, foi de
 - a) R\$ 1,60.
 - b) R\$ 1,70.
 - c) R\$ 1,80.
 - d) R\$ 1,90.
 - e) R\$ 2,00.
2. (VUNESP / ISS Campinas - 2019) Nos três últimos anos, devido a uma crise de oferta de petróleo, a gasolina chegou a sofrer um aumento de 130%, em média, chegando ao patamar de R\$ 4,90. Então, o preço da gasolina antes desse aumento era de
 - a) R\$ 2,00
 - b) R\$ 1,60
 - c) R\$ 1,75
 - d) R\$ 1,45
 - e) R\$ 2,13
3. (VUNESP / FITO - 2020) Elisa fez um exame de sangue para verificar sua glicemia em jejum e o resultado foi de 260 mg/dL. Seu médico prescreveu remédio, dieta e exercícios para que alcançasse a taxa de 110 mg/dL que seria a sua meta. Um mês após iniciado o tratamento, em um segundo exame, verificou-se que sua taxa diminuiu em 40%. Elisa continuou o tratamento e vinte dias depois, em terceiro exame, constatou-se que sua taxa havia diminuído 20% em relação ao segundo exame. Desse modo, é correto afirmar que o resultado do terceiro exame indicou que a taxa de glicose de Elisa estava, em relação a sua meta, um valor igual a
 - a) 14,8 mg/dL inferior.
 - b) 12,0 mg/dL inferior.
 - c) 6,0 mg/dL inferior.
 - d) 14,8 mg/dL superior.
 - e) 6,0 mg/dL superior.



4. (VUNESP / FITO - 2020) Considere a seguinte informação para responder a questão.

Em 2019, o número de pessoas atendidas em uma repartição pública, no mês de novembro, foi 15% menor que o número de pessoas atendidas, na mesma repartição, no mês de outubro.

Se, no mês de outubro, o número de pessoas atendidas foi igual a 140, então, para saber o número de pessoas atendidas em novembro, pode-se corretamente efetuar a seguinte operação:

- a) $140 - 0,15$
- b) $140 \cdot 0,85$
- c) $140 - 1,15$
- d) $140 \div 0,85$
- e) $140 \cdot 1,15$

5. (VUNESP / Pref. Cananéia - 2020) Os preços dos produtos P e Q, em reais, eram representados por x e $0,8x$, respectivamente. Sabe-se que ambos os preços tiveram um aumento de 25%, e a soma dos dois preços, após o aumento, ficou igual a R\$ 270,00. Desse modo, é correto afirmar que o preço do produto P, antes do aumento, era igual a

- a) R\$ 150,00
- b) R\$ 145,00
- c) R\$ 140,00
- d) R\$ 125,00
- e) R\$ 120,00

6. (VUNESP / ISS Pref. SJRP - 2018) Um lojista aplicou dois aumentos sucessivos de 10% sobre um preço unitário P e obteve o preço P_1 , que é R\$ 84,00 maior que P. Para pagamento à vista, o lojista oferece um desconto de 10% sobre P_1 e, nesse caso, o preço unitário será de

- a) R\$ 366,50.
- b) R\$ 378,00.
- c) R\$ 394,40.
- d) R\$ 420,00.
- e) R\$ 435,60.

7. (VUNESP / TJM SP - 2017) Um preço x é 90% do preço y. O preço y cai 40%, e o preço x sobe 40%. Nessa nova situação, para que o preço menor se iguale ao preço maior, ele deverá ser reajustado em:



- a) 110%
- b) 90%
- c) 80%
- d) 75%
- e) 40%

8. (VUNESP / TJ SP - 2015) Em 2013, foi destinada uma verba anual V para a realização de um determinado projeto. No ano seguinte, devido a um problema de caixa, a verba anual destinada ao mesmo projeto sofreu uma diminuição de 20% em relação à verba V . Neste ano de 2015, com a melhoria da situação do caixa, está previsto, como verba anual para ser aplicada no mesmo projeto, um valor total superior em 25% ao da verba destinada em 2014. Desconsiderando-se a inflação desse período, pode-se afirmar que o valor previsto para a verba de 2015 corresponde, de V , a:

- a) 99,5%
- b) 95%
- c) 100,5%
- d) 100%
- e) 105%



GABARITO

1. C
2. E
3. D
4. B
5. E
6. E
7. A
8. D



LISA DE QUESTÕES – VUNESP

Variação Percentual

1. (VUNESP / Pref. Taubaté - 2022) Um agricultor possui em seu terreno 90 macieiras, cada uma produzindo, em média, 125 maçãs. Ao comprar um terreno vizinho com 160 macieiras, cada uma produzindo, em média, 100 maçãs, a produtividade média de maçãs por macieira com seu novo total de macieiras

- a) aumentou 2,66%.
- b) aumentou 1,50%.
- c) caiu 12,80%.
- d) caiu 8,72%.
- e) caiu 4,50%.

2. (VUNESP / TJ SP - 2019) Um investidor comprou ações de uma empresa. Planejou vender essas ações em duas situações:

I. se subirem 16%;

II. se caírem 20%.

Em relação ao preço de saída do negócio com prejuízo, o preço de saída do negócio com lucro é superior em

- a) 45%
- b) 30%
- c) 42%
- d) 40%
- e) 36%

3. (VUNESP / TJ SP - 2019) A média aritmética simples dos números 9, 12, 13, 16, 16 e 24 é a soma de todos eles dividida por 6. O maior desses números supera essa média aritmética simples em

- a) 55%
- b) 60%
- c) 45%
- d) 65%
- e) 50%



4. (VUNESP / MPE SP - 2019) De acordo com a Companhia Nacional de Abastecimentos (Conab), a saca de 60 kg do arroz longo fino, em casca, foi comercializada, no Estado de São Paulo, ao preço médio de R\$ 50,05, no mês de janeiro de 2018, e ao preço médio de R\$ 47,75, no mês de fevereiro de 2018. Isso significa que, de janeiro para fevereiro de 2018, o preço médio de comercialização do referido produto teve uma variação negativa que ficou entre:

- a) 4,4% e 4,5%
- b) 4,5% e 4,6%
- c) 4,7% e 4,8%
- d) 4,8% e 4,9%
- e) 4,9% e 5,0%

5. (VUNESP / TJ SP - 2014) A Câmara dos Deputados aprovou ontem a Medida Provisória no 647, que permite ao governo elevar para até 27,5% o limite de etanol anidro misturado à gasolina vendida nos postos de combustível. Hoje, esse teto é de 25%.

(O Estado de S.Paulo, 07.08.2014)

Suponha que dois tanques, A e B, contenham quantidades iguais, em litros, de um combustível formado pela mistura de gasolina e de álcool anidro, sendo 25% o teor de álcool na mistura do tanque A e 27,5%, o teor de álcool na mistura do tanque B. Nessas condições, é correto afirmar que a quantidade de álcool no tanque B supera a quantidade de álcool no tanque A em

- a) 10%
- b) 5%
- c) 7,5%
- d) 2,5%
- e) 8%



GABARITO

1. C
2. A
3. D
4. B
5. A



LISTA DE QUESTÕES – VUNESP

Variação Acumulada

1. (VUNESP / Pref. Jundiaí - 2022) O preço do litro do etanol em certo posto sofreu dois aumentos sucessivos: em março, aumentou 5% em relação ao seu valor inicial; e, em setembro, aumentou $x\%$ em relação ao valor vigente desde março. Se comparado com o valor inicial, o valor vigente a partir de setembro corresponde a um aumento de 11,3%. Então, é correto afirmar que x é igual a
 - a) 5,5
 - b) 5,7
 - c) 6,0
 - d) 6,6
 - e) 6,9
2. (VUNESP / TJ SP - 2019) O preço x subiu 20% e agora é y . O preço y caiu 40% e agora é z . O preço z é menor que x em
 - a) 30%
 - b) 25%
 - c) 20%
 - d) 28%
 - e) 18%
3. (VUNESP / TJ SP - 2019) Sobre o preço P de venda de determinado produto, aplicou-se um aumento de 15% e, sobre o novo preço de venda do produto, aplicou-se, dias depois, um desconto de 10%. Após essas duas mudanças, comparado ao preço P , o preço final de venda do produto aumentou
 - a) 3,0%
 - b) 5,0%
 - c) 4,5%
 - d) 4,0%
 - e) 3,5%



4. (VUNESP / CMBP - 2020) Desconsiderando as inflações, o orçamento público de determinado município, em 2018, foi 10% menor que o orçamento público do ano anterior. Em 2019, o orçamento público do município em questão foi 10% maior que o de 2018. Sabendo-se que, para 2020, o orçamento público desse município foi 10% maior que o de 2019, então é verdade afirmar que, comparados ao de 2017, o orçamento público de 2020 foi maior em:
- a) 10,0%
 - b) 9,5%
 - c) 8,9%
 - d) 7,6%
 - e) 6,0%



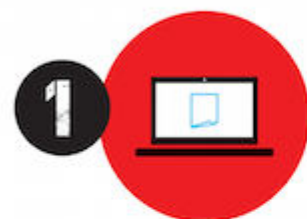
GABARITO

1. C
2. D
3. E
4. C



ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.